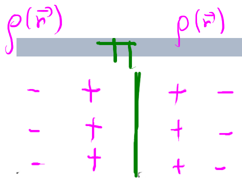


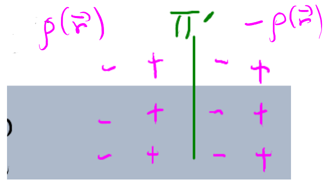
Plan Π de symétrie passant par M

⚠ $\vec{E}(M) \in \Pi$

$2\,\Pi \Rightarrow$ direction de $\vec{E}$

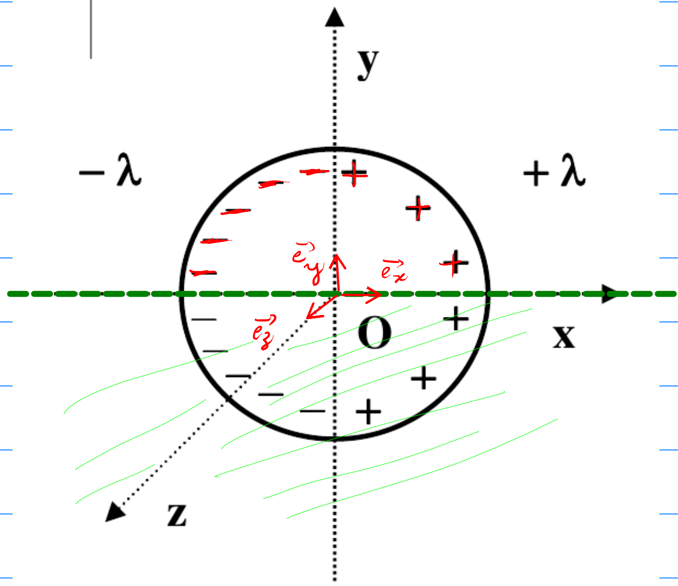
plan Π' d'antisymétrie

$\rightarrow 1\,\Pi' \Rightarrow$ direction de $\vec{E}$



- **Cerceau chargé**

Quelles sont les symétries de la distribution ci contre ?



coordonnées cartésiennes

• plans de symétries : ↳ $(0, \vec{e_x}, \vec{e_z}) = P_1$

↳ $(0, \vec{e_x}, \vec{e_y}) = P_1$

$\rightarrow \vec{E} \in P_1$ et $P_2 \Rightarrow \vec{E}$ suivant $\vec{e_x}$

• plan d'antisymétrie : ↳ $(0, \vec{e_y}, \vec{e_z}) = P'$

$\rightarrow \vec{E} \perp P \Rightarrow \vec{E}$ suivant $\vec{e_x}$

- **Sphère**

Soit une sphère de rayon a, de centre O, portant une répartition surfacique uniforme de charges σ.

Quelles symétries peut-on attribuer à cette distribution de charges ?

(0) $\vec{E}$ défini continu partout sauf lors de la traversée de la surface chargée.

(1) coordonnées sphériques : $(0; \vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_\varphi})$: $\vec{E}(r, \theta, \varphi)$

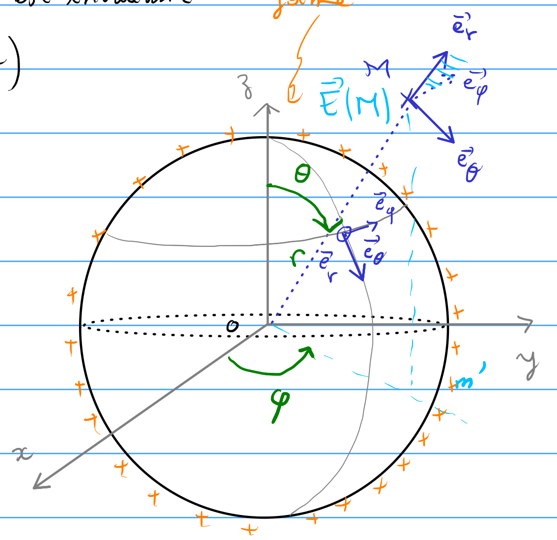
$\sigma \hat{=} \dfrac{dq}{dS}$ $(C\,m^{-2})$ (2) Invariances : la distribution de charges est invariante distrib° surfac. uniforme

par rotation de θ ou φ (autour de l'axe Oz, ou Ox)

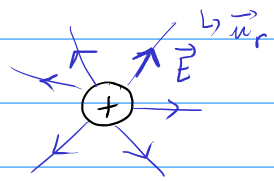
$\Rightarrow \vec{E}(r, \cancel{\theta}, \cancel{\varphi})$

uniforme

$\sigma = \sigma_0$ uniforme (3) Symétries :



• remarque : de très loin, sphère chargée ≈ ⊕

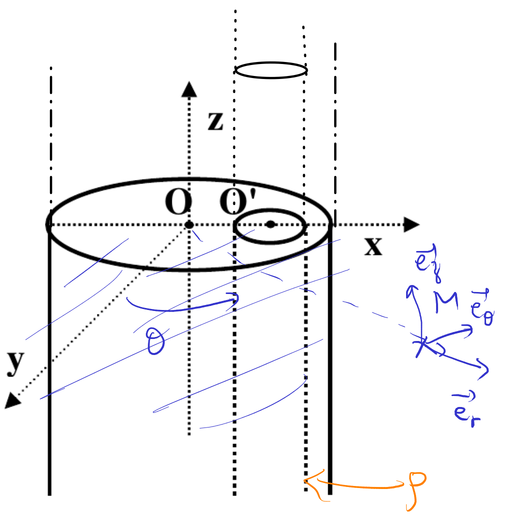


• 2 plans de symétrie, passant par M : $P_1 = (M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$ $\quad \vec{e_r} = \dfrac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|} = \dfrac{\vec{OM}}{r}$

$P_2 = (M, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$

$\vec{E} \in P_1$ et $P_2 \Rightarrow$ direction commune $= \vec{e_r} \Rightarrow \vec{E} = E(r)\,\vec{u_r}$

- **Cylindre**



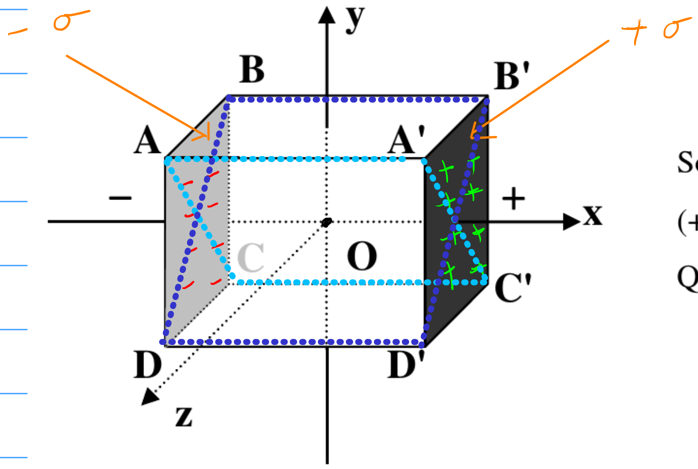
Un cylindre infini d'axe (Oz), comportant une partie cylindrique évidée d'axe (O'z), porte une charge volumique ρ uniforme.
Quelles symétries peut-on attribuer à cette distribution de charges ?

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{sans trou}} + \vec{E}_{-\rho\ \text{du trou}}$$

$(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ = plan perpendiculaire à (Oz) = P_1 2 plan de symétries
$(O, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ ✓ = P_2

$\vec{E} \in P_1$ et P_2 : $\vec{E} = E\,\vec{u}_x$

- **Cube**



Soit un cube de centre O avec deux faces chargées (+ σ) A'B'C'D' et (- σ) ABCD.
Quelles sont les symétries de cette distribution ?

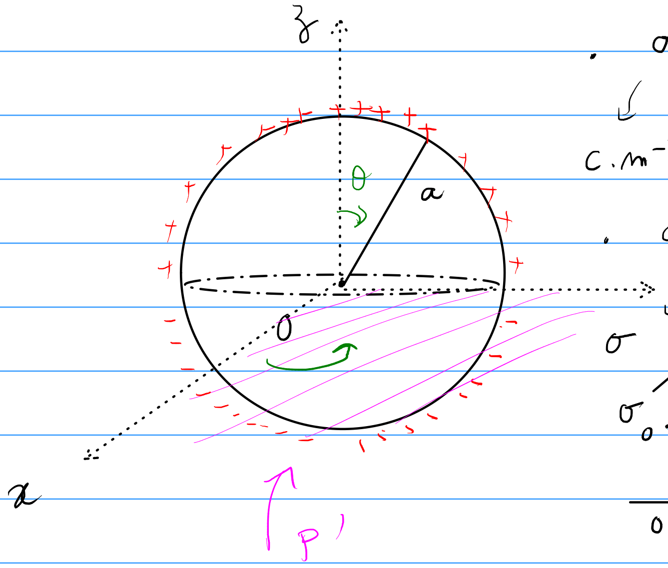
- plan d'antisymétrie : $\Pi' = (O, \vec{e}_z, \vec{e}_y)$
  $\vec{E} \perp \Pi' \Rightarrow \vec{E} = E\,\vec{e}_x$

- plan de symétrie :
  P_1 : $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$
  P_2 : $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$
  P_3 : $AA'C'C$
  P_4 : $BB'D'D$

- **Sphère**

Soit une sphère de rayon a, de centre O, portant une répartition surfacique ~~uniforme~~ de charges en coordonnées sphériques $\sigma = \sigma_0.\cos\theta$. Le centre de la sphère est en O.

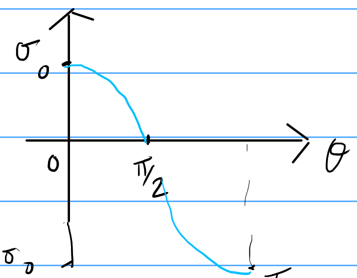
Quelles symétries peut-on attribuer à cette distribution de charges ?



. $\sigma \hat{=} \dfrac{dq}{dS} = \sigma_0 \cos\theta$

$C.m^{-2}$

. coordonnées sphériques : $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$



$$Q = \iint_S \sigma \underbrace{dS}_{L^2}{}_r = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} \sigma \, dl_\theta \, dl_\varphi = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} \sigma_0 \cos\theta \, r \, d\theta \, r\sin\theta \, d\varphi$$

P' **Antisymétrie : plan équatorial ($\theta = \pi/2$)**

Symétrie : tous les plans contenant l'axe (Oz)