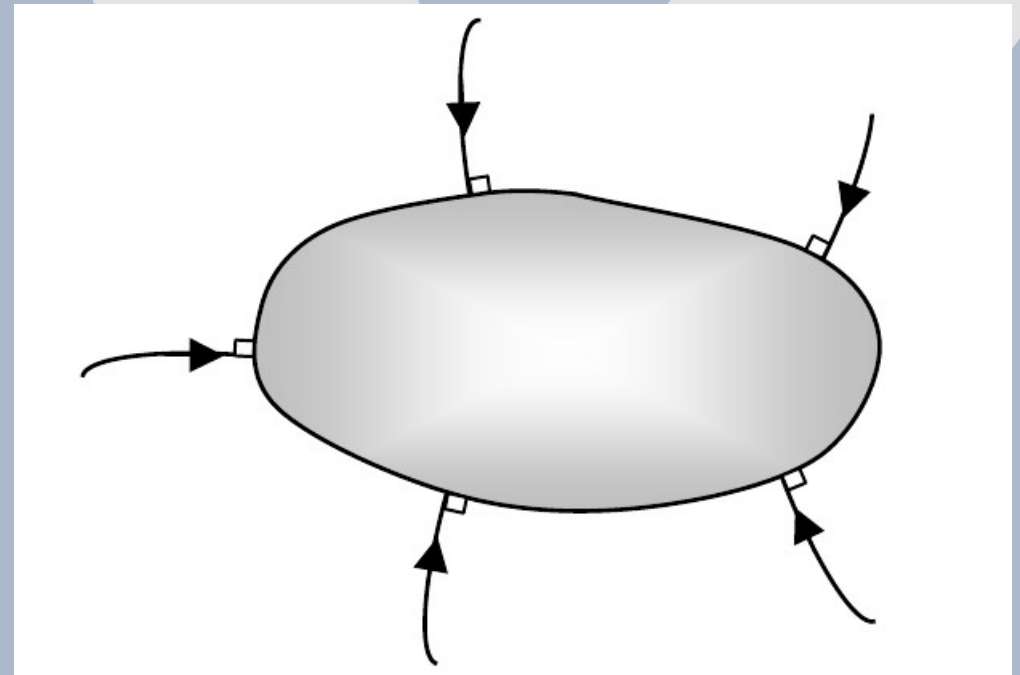


# Électromagnétisme

## Chapitre 6 – Conducteurs en équilibre électrostatique



- Chapitre 1 - Force entre deux charges
- Chapitre 2 - Champ électrostatique
- Chapitre 3 - Théorème de superposition et symétries
- Chapitre 4 - Théorème de Gauss
- Chapitre 5 - Potentiel électrostatique
- **Chapitre 6 - Conducteurs en équilibre électrostatique**

# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.1 Définitions

### Milieu conducteur :

C'est un milieu qui contient des charges libres (positives ou négatives) pouvant être mises en mouvement sous l'action d'un champ électrique. Un **conducteur** est un corps dont l'électrisation peut se transmettre hors de la région où elle est apparue.

### Conducteurs en équilibre électrostatique

On dit qu'un conducteur est à l'équilibre électrique lorsque les charges mobiles qu'il contient sont au repos. Ce régime est statique : on parle de conducteurs en équilibre électrostatique.

# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.2 Propriétés générales des conducteurs en équilibre

*Dans un conducteur à l'équilibre électrostatique, le champ électrique est nul.*

$$\vec{E}_{int} = \vec{0}$$

$$\vec{\text{grad}} V = \begin{Bmatrix} \partial V / \partial x \\ \partial V / \partial y \\ \partial V / \partial z \end{Bmatrix} = \vec{0}$$

Le potentiel  $V$  est uniforme dans tout le volume de la matière conductrice, y compris sur la surface du conducteur.

La surface du conducteur est donc une surface équipotentielle.

# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.2 Équilibre électrostatique : théorème de Coulomb

$$\vec{E} = \vec{0} \text{ donc, } \phi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \rho dV = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \rho = 0 \quad \text{La charge volumique est nulle en tout point.}$$

*Il ne peut y avoir de charges libres à l'intérieur d'un conducteur en équilibre et le champ électrique à l'intérieur y est toujours nul.*

### Conducteur neutre

- $\rho_{int} = 0$  et  $\sigma = 0$  c'est à dire absence totale de charges dans le conducteur.
- $\vec{E}_{int} = \vec{0} \Rightarrow V_{int} = cst = V_0$  (car  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$ )
- L'ensemble du conducteur (surface extérieure + volume) est au même potentiel  $V_0$ .
- À l'extérieur du corps, par application du th. de Gauss, on a  $\vec{E}_{ext} = \vec{0}$

# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.2 Équilibre électrostatique : théorème de Coulomb

### Conducteur chargé

La charge, présente dans le conducteur, ne peut se répartir que sur sa surface, qui est une équipotentielle

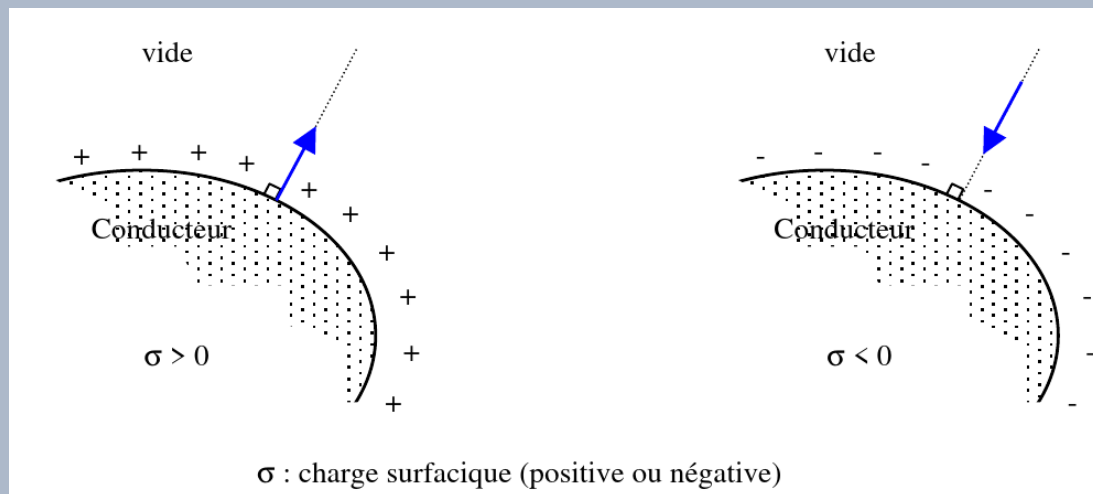
— Au voisinage de la surface,  $\vec{E}$  ne peut être que normal à la surface. En effet, on a :

$$\left(\vec{E}_{ext} - \vec{E}_{int}\right) \cdot \vec{n} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

avec  $\vec{E}_{int} = \vec{0}$ , on a :

$$\vec{E}_{ext} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$

- Si  $\sigma > 0$ , le champ est dirigé vers l'extérieur,
- si  $\sigma < 0$ , il est dirigé vers l'intérieur.



# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.3 Équilibre d'un système de deux conducteurs

### *a) Introduction et définitions*

Approcher un conducteur chargé noté  $C_1$  d'un conducteur  $C_2$  influence la répartition de charge sur  $C_2$ .

1. Si  $C_2$  est isolé, sa charge totale reste constante, mais ses charges surfaciques sont modifiées.
2. Si  $C_2$  est maintenu à un potentiel donné, sa charge totale est modifiée par la présence de  $C_1$ .

Deux conducteurs sont en état d'influence totale si toute ligne de champ partant de l'un aboutit à l'autre. Deux conducteurs en état d'influence totale portent des charges opposées. Placer un conducteur dans la cavité d'un second permet d'obtenir deux armatures métalliques en état d'influence totale.

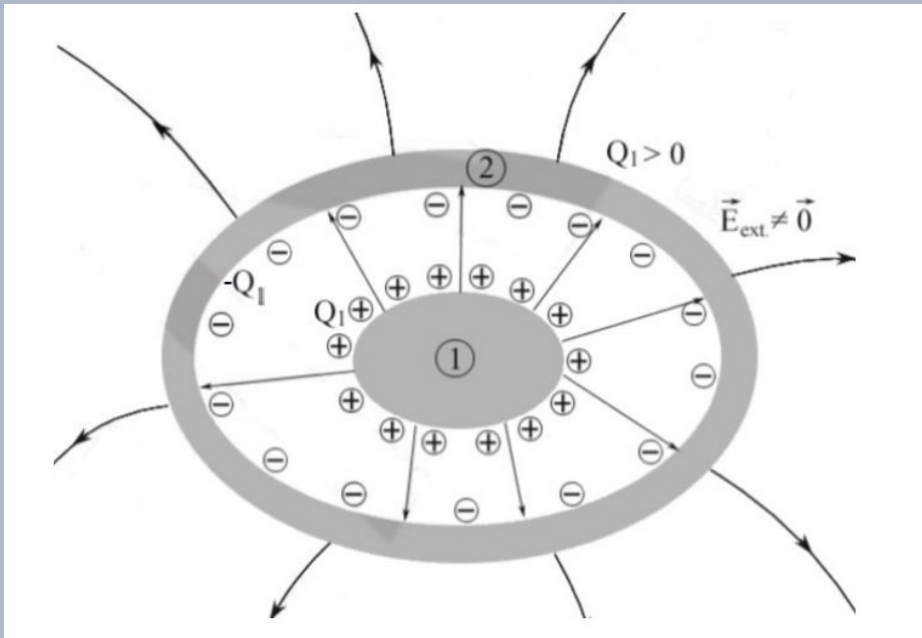
### *b) Influence totale*

Si l'un des deux corps ( $C_2$  par exemple) entoure totalement l'autre, il y a correspondance totale entre les charges de la surface  $S_1$  de  $C_1$  et la surface interne  $S_2$  de  $C_2$ .

$$Q_1 = \int_{S_1} \sigma_1 dS_1 = - \int_{S_2} \sigma_2 dS_2$$

théorème de Faraday

## 1.6.3 Équilibre d'un système de deux conducteurs



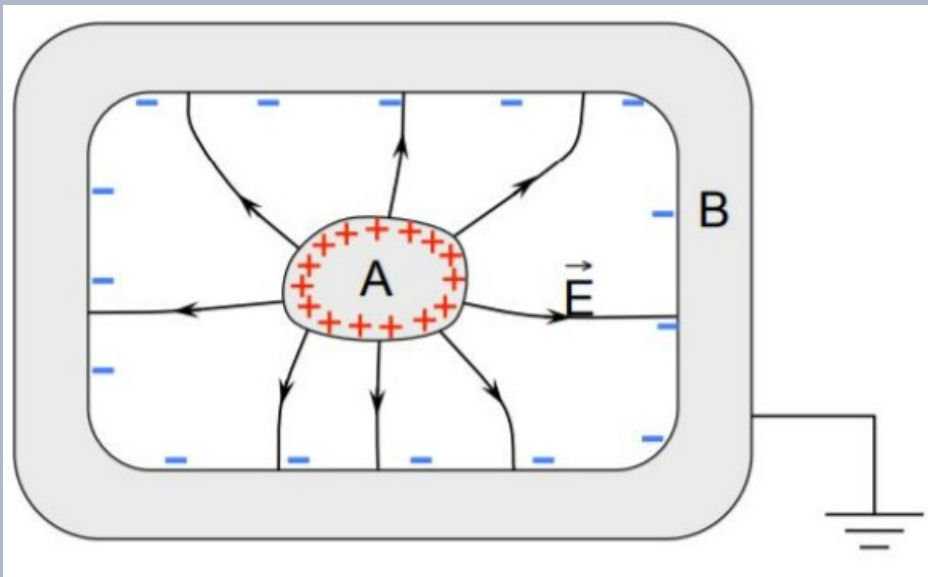
- dans la partie interne de  $C_1$  :  $\vec{E}_1 = \vec{0}$ ,
- sur la surface de  $C_1$  : charge  $Q_1 > 0$  créant  $\vec{E}_2$ ,
- sur la surface interne de  $C_2$  : charge  $-Q_1$ ,
- dans la partie massive de  $C_2$  :  $\vec{E} = \vec{0}$ ,
- sur la surface externe de  $C_2$  : apparition de la charge  $+Q_1$  pour assurer la neutralité de  $C_2$  (si l'on suppose  $C_2$  neutre au départ),
- à l'extérieur des deux conducteurs : le champ  $\vec{E}_{ext}$  est celui créé par la seule charge  $Q_1$  portée par la surface externe de  $C_2$ .



# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.3 Équilibre d'un système de deux conducteurs

La cage de Faraday est constituée d'une enceinte conductrice qui est reliée à la terre de façon à maintenir son potentiel fixe ; elle est étanche aux champs électriques, que la source perturbatrice se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur de la cage.



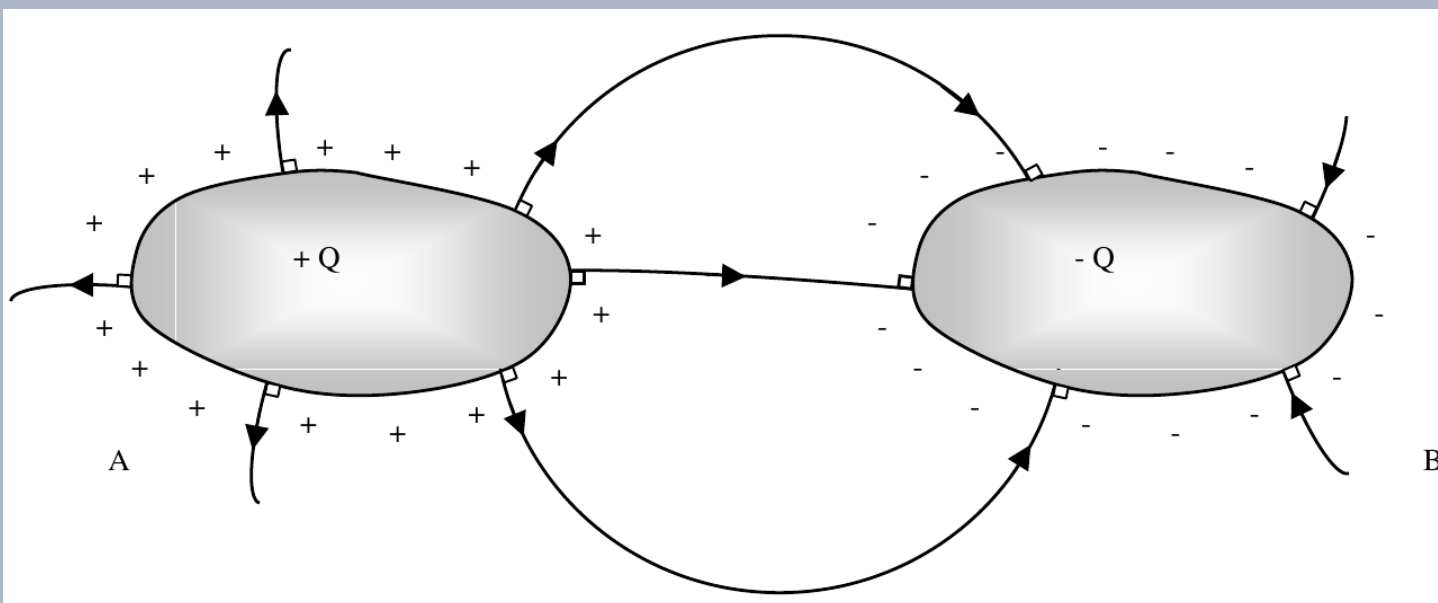
- conducteur creux B relié à la terre, à un potentiel nul, par convention.
- Dans la cavité de B, on place un conducteur chargé A

Le champ régnant dans le conducteur est nul et par continuité, le champ régnant à l'extérieur du conducteur B est nul aussi. L'espace extérieur est protégé de l'influence du conducteur A placé dans la cavité.

## 1.6.4 Condensateurs

Deux conducteurs en état d'influence totale définissent un condensateur, qui accumule des charges électriques opposées sur ses armatures lorsqu'une différence de potentiel est imposée entre celles-ci. L'armature 1 est positive  $Q_1 = +Q$  et l'armature 2 est chargée négativement,  $Q_2 = -Q$ . L'espace entre les armatures peut être vide ou rempli d'un isolant (diélectrique).

- Lorsque les potentiels  $V_1$  et  $V_2$  sont identiques, l'unique solution  $V$  est évidente :  
 $V = V_1 = V_2$  dans la cavité.  
 Le champ est alors nul dans la cavité et les charges  $Q_1$  et  $Q_2$  aussi.
- Lorsqu'une différence de potentiel  $U = V_1 - V_2$  est imposée entre les deux conducteurs, le champ n'est plus nul dans la cavité. Les surfaces en regard portent alors les charges  $Q_1$  et  $Q_2 = -Q_1$ . On notera ainsi  $Q = Q_1 = -Q_2$ .



# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.4 Condensateurs

différence de potentiel  $U = V_1 - V_2$

tension aux bornes du condensateur la différence de potentiel (ddp) entre les armatures

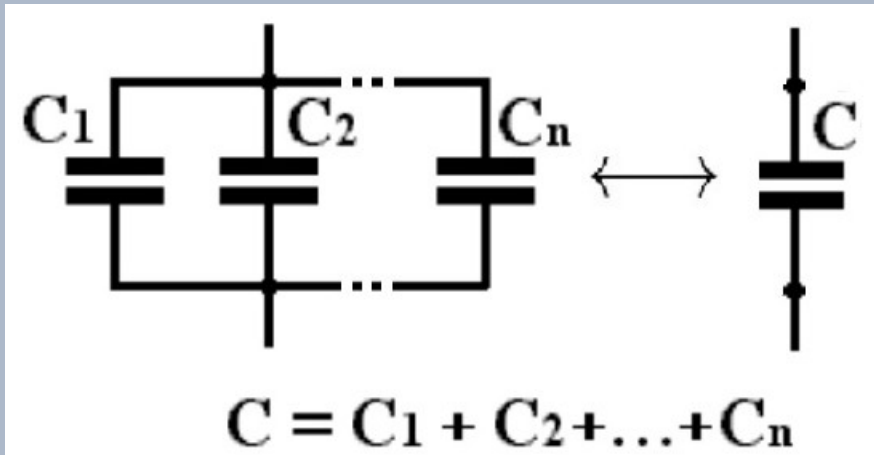
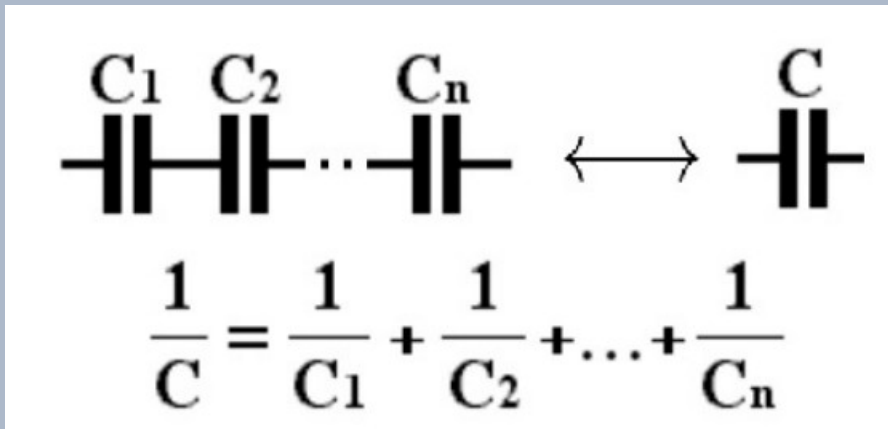
$$Q = CU$$

coefficient  $C$ , toujours positif, est la capacité du condensateur.  $C$  s'exprime en farad ( $F$ ).

- La capacité dépend de la géométrie du condensateur.
- Lorsque les armatures du condensateur sont reliées par un circuit électrique celui-ci peut libérer la charge  $Q$  emmagasinée jusqu'à ce que  $U = 0$ .
- La capacité d'un conducteur isolé, portant une charge  $Q$ , maintenu à un potentiel  $V$  vaut :  $Q = CV$ .
- Rappel :  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \Leftrightarrow V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$

## 1.6.4 Applications

### Association de condensateurs



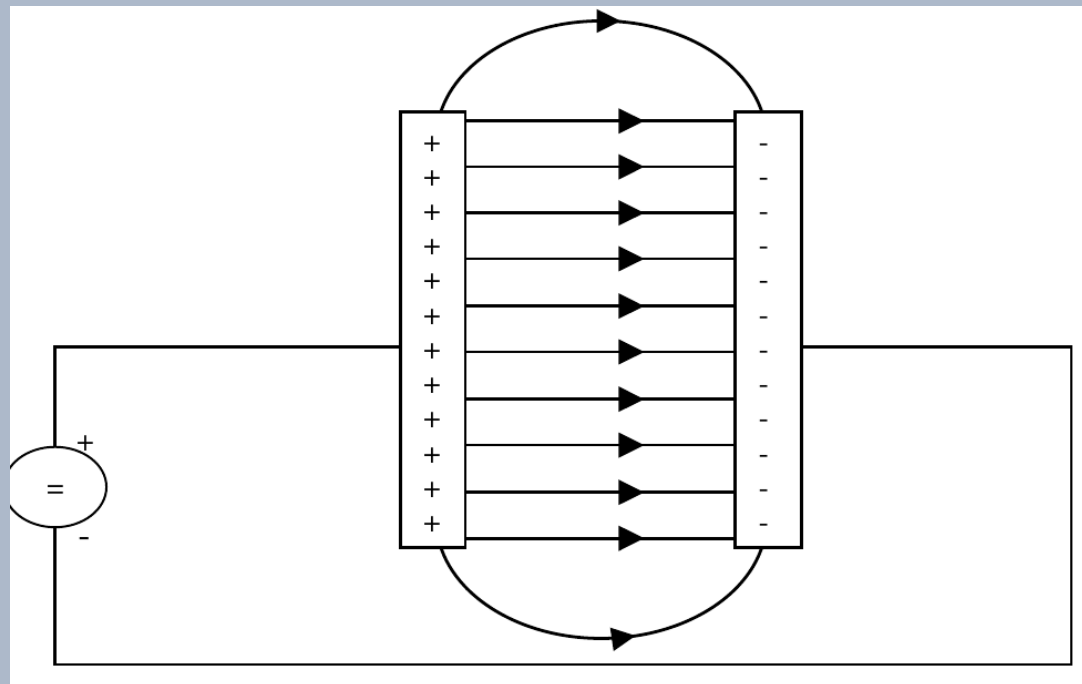
## 1.6.4 Applications

### Capacité d'un condensateur :

1. A partir de la forme géométrique des armatures, on cherche la répartition de la charge sur ces armatures.
2. On calcule le champ électrique avec la loi de Gauss
3. On calcule le potentiel entre les armatures ( $dV = - \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ )
4. On relie le potentiel, la ddp et la relation d'état du condensateur

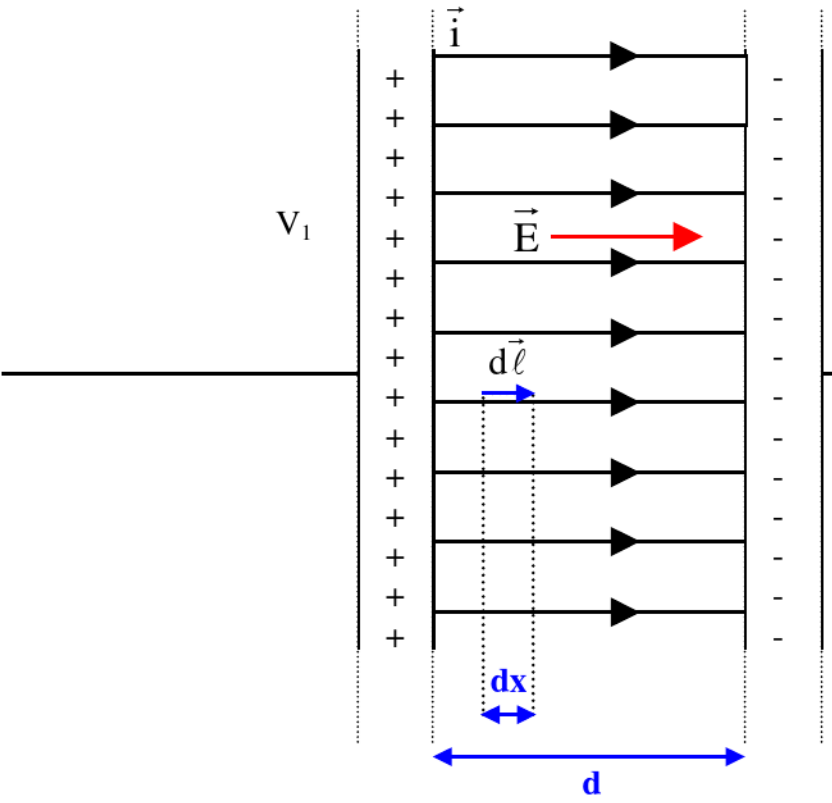
### Capacité d'un condensateur plan

deux armatures planes de même section  $A$  situées à une distance  $d$  l'une de l'autre (elles sont parallèles entre elles)



# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.4 Applications



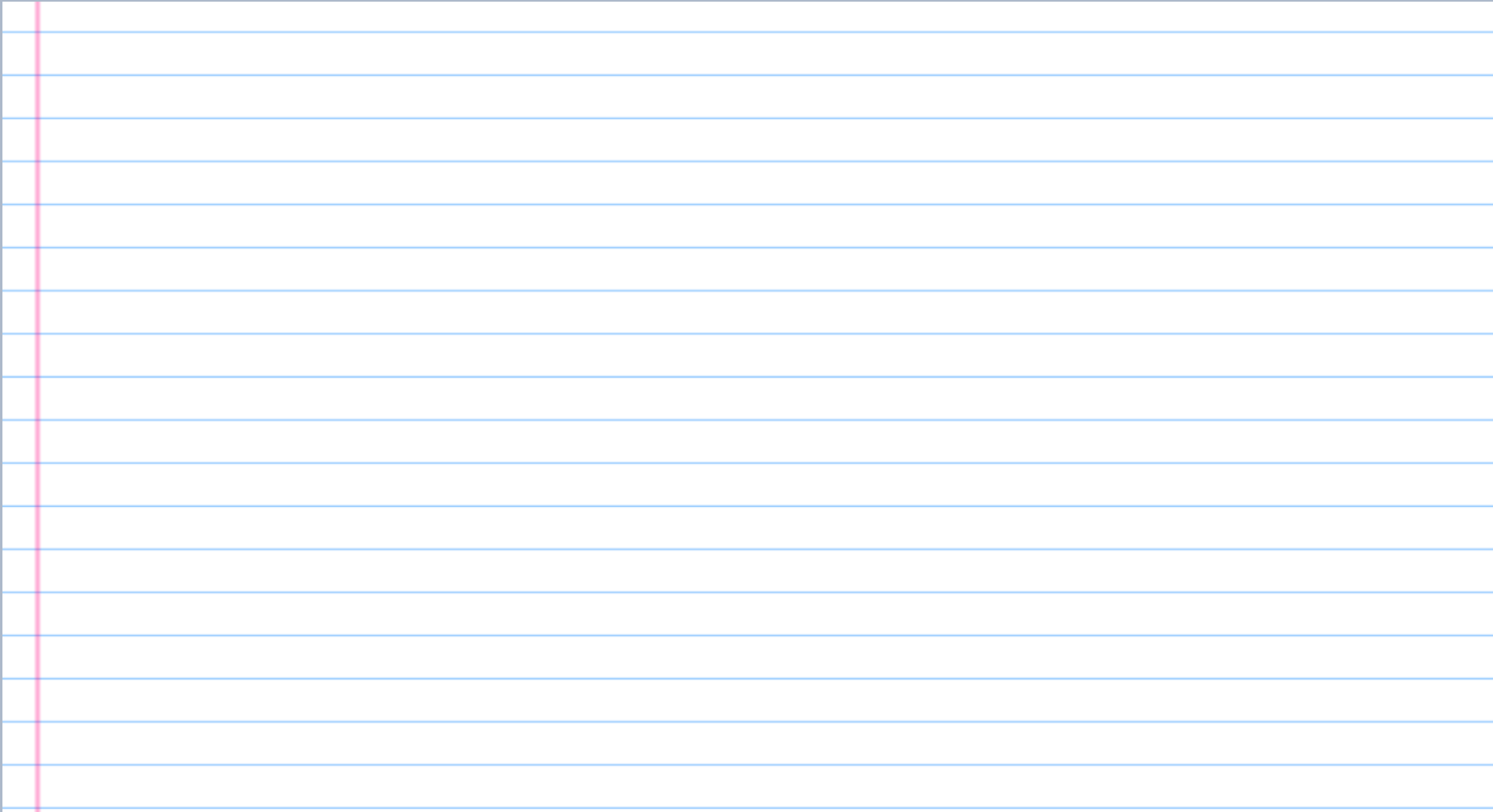
# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.4 Applications



## 1.6.4 Applications

On cherche l'expression de la capacité d'un condensateur cylindrique : les armatures sont des cylindres coaxiaux (même axe) de rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ , de hauteur  $h$  et portent respectivement les charges  $(+q)$  et  $(-q)$  sur leur surface avec une densité surfacique uniforme. On utilisera l'approximation du cylindre infiniment haut.





# 1.6 Conducteurs en équilibre électrostatique

## 1.6.4 Applications



- [1] Polycopié de cours
- [2] [CUPGE - CY : Introduction à l'électromagnétisme](#)
- [3] Wikipédia
- [4] [Encyclopédie Universalis](#)
- [5] P. KREMPEL, Electromagnétisme MPSI, Les Nouveaux Précis Bréal : Physique, Bréal Editions
- [6] Raphaële LANGER, Electromagnétisme PCSI-MPSI-PTSI, Nathan, Classe prépa