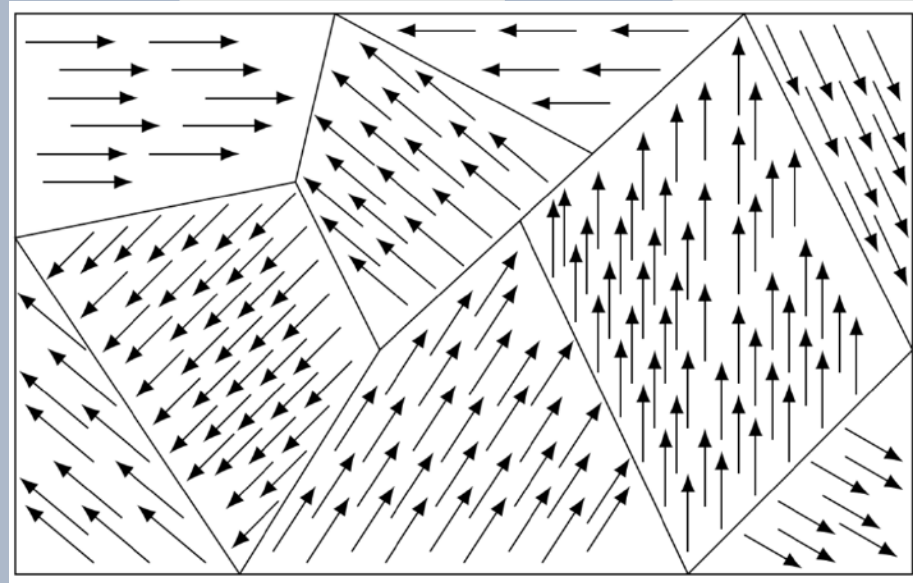


Électromagnétisme

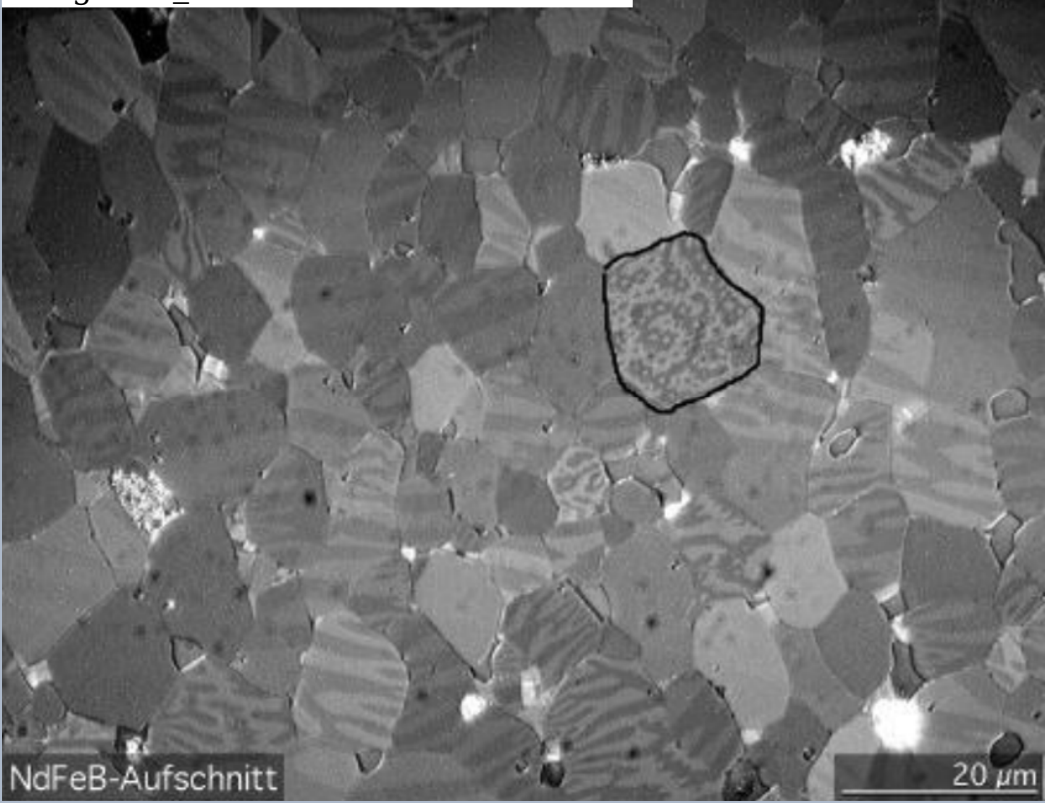
Chapitre 2 - Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

↳ *Théorème d'Ampère*



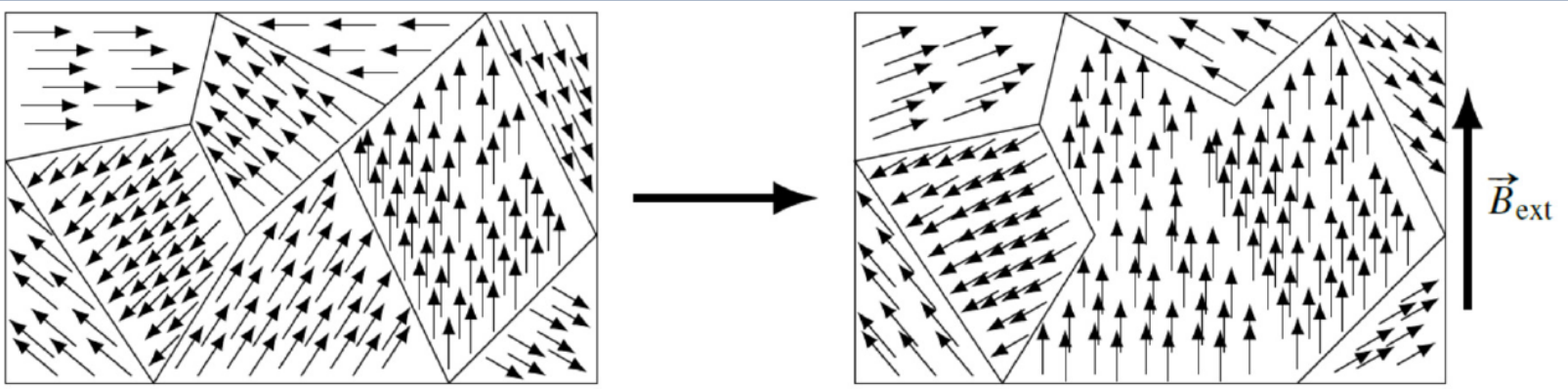
- Chapitre 1 - Champ magnétique - Force de Lorentz
- **Chapitre 2 - Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries**
- Chapitre 3 - Équations de Maxwell

en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_domain



But : Calcul du *champ magnétique en régime permanent* et dans l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires A.R.Q.S. (régimes lentement variables) :
magnétostatique + $I = \dot{Q}(t)$

Le *ferromagnétisme* et *diamagnétisme* pas au programme....
 Ci-dessous : domaine de Weiss etc...



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.0 Notion de distribution de courant

Principe de superposition : distribution discrète

N particules de charges q_i situés en des points P_i et de vitesse \vec{v}_i

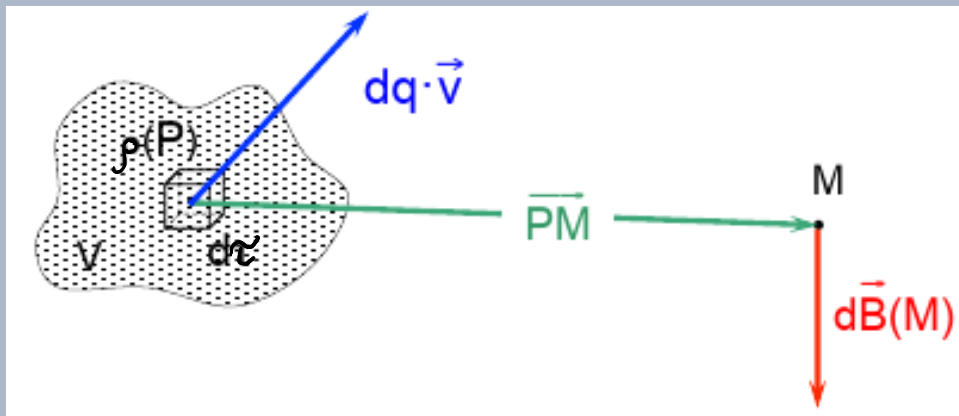
[3]

[4]

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{q_i \vec{v}_i \wedge \overrightarrow{P_i M}}{\|\overrightarrow{P_i M}\|^3}$$

Toutes les charges créent un champ électrique, mais seules les charges en mouvement (**courant**) créent un **champ magnétique**.

Principe de superposition : distribution continue



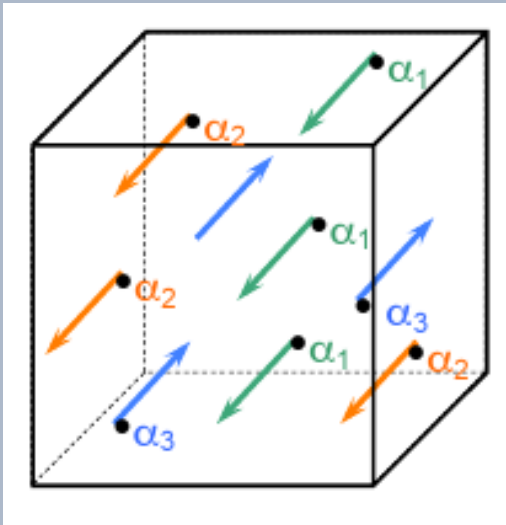
$\rho(P)$: densité

dV : volume élémentaire

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.0 Notion de distribution de courant

[2]



volume infinitésimal $d\tau$

$$dq \cdot \vec{v} = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} q_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} d\tau$$

ρ_{α} : densité de particules de type α (ayant une charge q_{α})

\vec{v}_{α} : vitesses des particules de type α

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} q_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}$$

$\rho_{\alpha}^{(c)}$: densité de charges

densité de courant flux de charges par unité de temps

Distribution volumique quelconque de charges en mouvement

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\rho_e} \frac{\vec{j}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3} d\tau$$

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

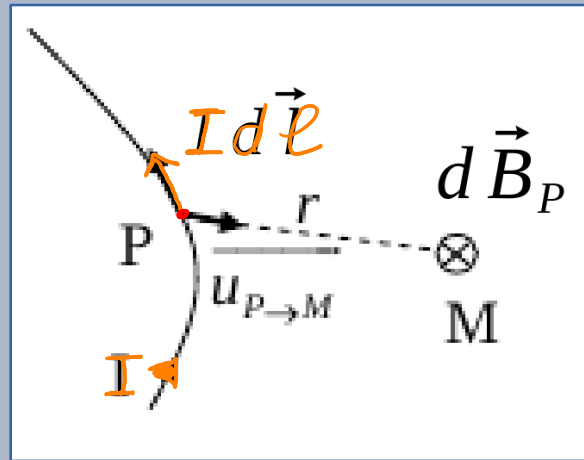
2.2.1 Loi de Biot et Savart

a) **Énoncé** (Postulée par Jean-Baptiste Biot et Félix Savart (1820) à partir d'observations expérimentales

$\vec{r} \rightarrow 1D$

Fil filiforme parcouru par un courant I : champ mag. en M créé par l'élément de courant $I d\vec{\ell}(P)$ en P

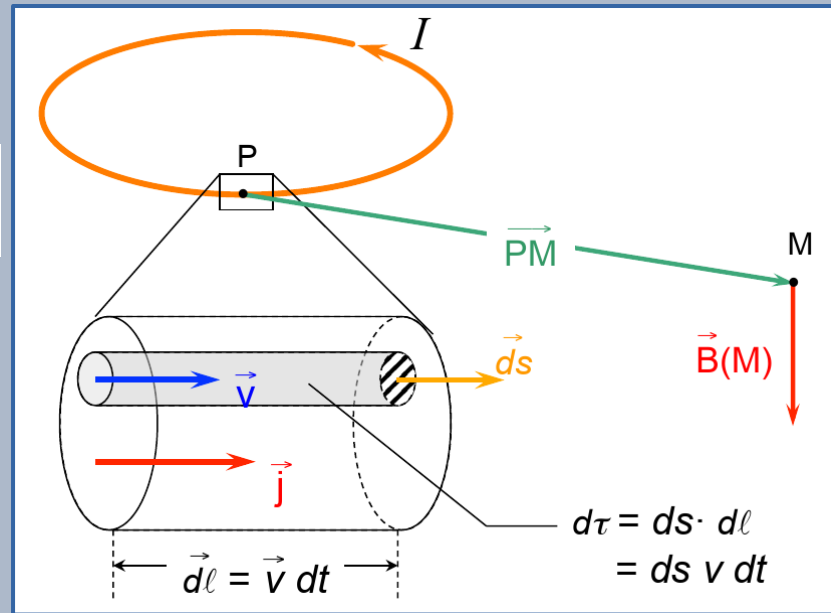
$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$



[2]
[3]
[4]

μ_0 : perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ en $H.m^{-1} = kg.m.A^{-2}s^{-2} = T.m.A^{-1}$
(H : Henri)

$\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ en S.I., avec c la vitesse de la lumière dans le vide



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

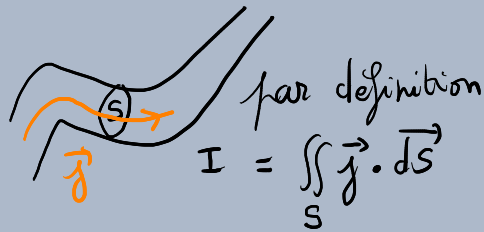
2.2.1 Loi de Biot et Savart

Démonstration

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\vec{j}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3} d\tau = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{circuit}} dl \iint_S \frac{\vec{j}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3} ds$$

[2]
[3]
[4]

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{circuit}} \frac{\left[\iint_S \vec{j}(P) ds \right] dl \wedge \vec{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{circuit}} \frac{\left[\iint_S j(P) ds \right] d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$



avec $\iint_S j(P) ds = I$ courant traversant la section S

cf calcul de I pour fil

Champ total

$$\vec{B}(M) = \int_{P \in \text{fil}} d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in \text{fil}} \frac{I d\vec{\ell}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in \text{fil}} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{PM}}{r^2}$$

$$\vec{u}_{PM} = \frac{\vec{PM}}{PM} \text{ et } r = PM$$

Le champ magnétique n'est donc pas défini (donc ni continu) aux points où se trouve un courant filiforme.

$r=0$

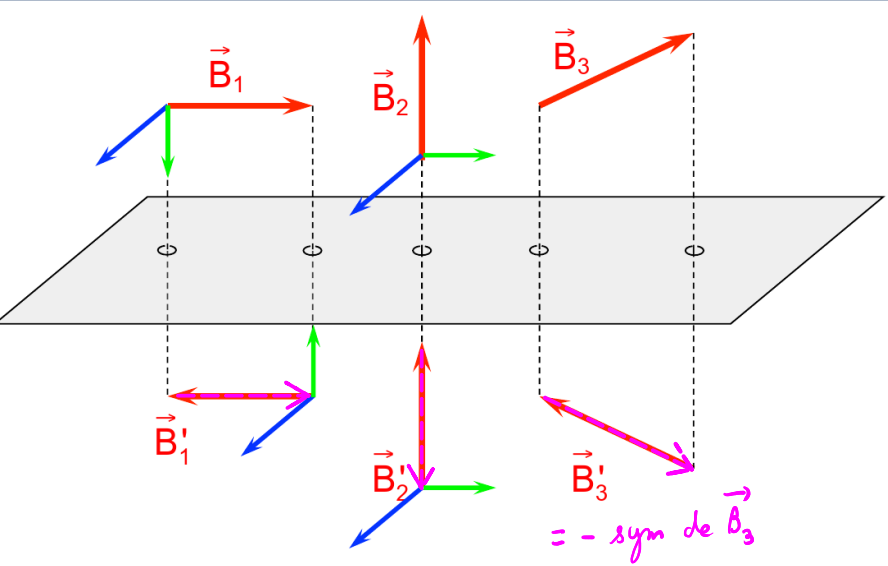
2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.1 Loi de Biot et Savart

b) Continuité et discontinuité du champ

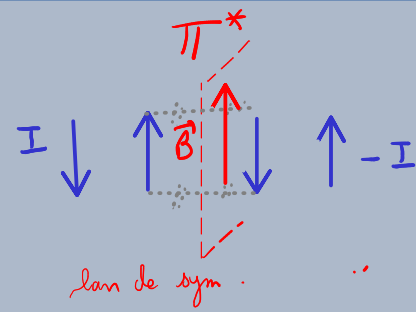
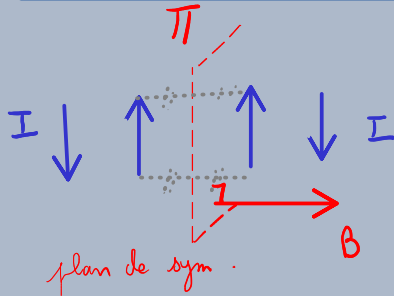
- $\vec{B}(M)$ est **continu** en M lorsque M est dans une **distribution volumique** de courant,
- $\vec{B}(M)$ est **discontinu** en M lorsque M est sur une nappe de **courant surfacique**,
- $\vec{B}(M)$ **diverge** en M lorsque M est sur une **distribution linéique** de courant.

c) Transformation des vecteurs axiaux



courant (charges en mouvement) $\uparrow I$

- Si la source du champ \vec{B} possède un plan de symétrie, Π alors le champ \vec{B} est **perpendiculaire** à ce plan. $\vec{B} \perp \Pi$
- Si la source du champ \vec{B} possède un plan d'antisymétrie, Π^* alors le champ \vec{B} est **contenu** dans ce plan. $\vec{B} \in \Pi^*$



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.2 Invariances d'une distribution de courant

a) Densité de courant

L'**intensité** du courant I est la charge qui traverse une section S de fil par unité de temps. [2]

Soit la charge dQ qui travers S pendant dt : $I = \frac{dQ}{dt}$



Régime *permanent* = I indépendant du temps t .

A.R.Q.S. : $I(t)$ varie lentement dans le temps t . (échelle de temps différentes / variations de I)

a.1) Courant volumique

Vecteur densité volumique de courant \vec{j} : $I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ avec S une section du fil.

$I = \Phi(\vec{j})$ à travers S

produit scalaire

• Charges mobiles identiques, même vitesse : $\vec{v}_\alpha = \vec{v}$, $q_\alpha = q$

$\vec{j} = \sum_\alpha \rho_\alpha q_\alpha \vec{v}_\alpha$

$\vec{j} = nq\vec{v}$ avec n la densité de porteurs de charges mobiles q de vitesse \vec{v}

\vec{j} en $C \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ $[j] = Q L^{-2} T^{-1}$ $[n] = 1 L^{-3}$: quantité de porteurs (nbre) par unité de volume

• Plusieurs types de charges mobiles :

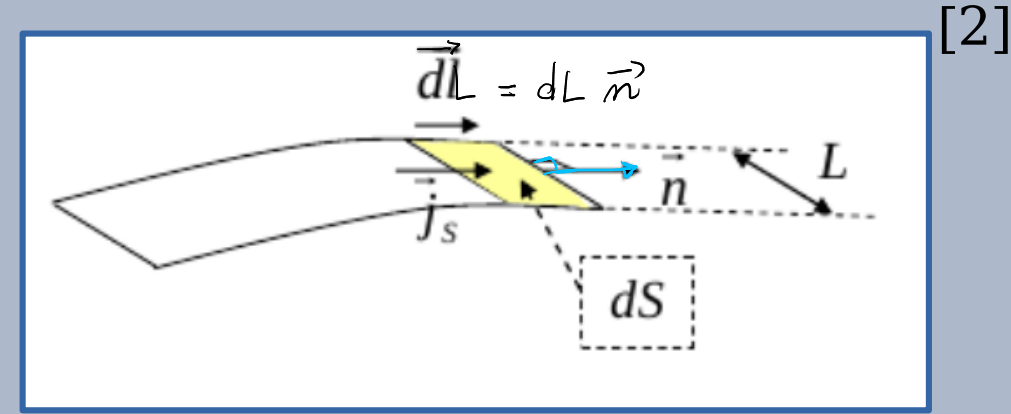
$\vec{j} = \sum_k n_k q_k \vec{v}_k$ avec n_k la densité de porteurs de charges mobiles q_k de vitesse \vec{v}_k

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.2 Invariances d'une distribution de courant

a.2) Courant surfacique

1 des 3 dim. de la distribution de courant
 << 2 autres dimensions
 ⇒ **nappe de courant** d'épaisseur négligeable (courant surfacique)



Vecteur densité surfacique de courant \vec{j}_s

$$I = \int_L \vec{j}_s \cdot dL \vec{n}$$

L largeur du fil

\vec{n} vecteur unitaire perpendiculaire à L

a.3) Courant linéique

2 des 3 dim. de la distribution de courant
 << 3^{ème} dimension
 ⇒ **courant linéique**



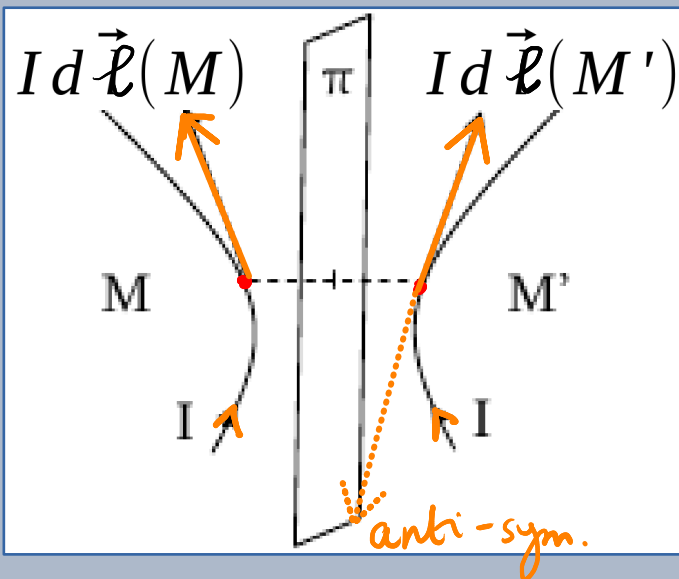
2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.2 Invariances d'une distribution de courant

b) Invariances et symétries d'une distribution de courant

[2]

- Une distribution de courant peut être **invariante** par **translation** et/ou par **rotation** autour d'un axe. (ex: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx$)
- **Plans de symétrie** et **anti-symétrie** pour la **distribution de courant**



Plan de symétrie π :

Quelque soient M et M' deux points symétriques par π :

Le courant en M' est symétrique du courant en M :

c-à-d $I d\vec{l}(M')$ est le symétrique de $I d\vec{l}(M)$ par π .

Plan d'anti-symétrie π^* :

Quelque soient M et M' deux points symétriques par π^* :

Le courant en M' est l'opposé du symétrique du courant en M :

c-à-d $-I d\vec{l}(M')$ est le symétrique de $I d\vec{l}(M)$ par π^* .

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.2 Invariances d'une distribution de courant

c) Conservation de la charge et loi des nœuds

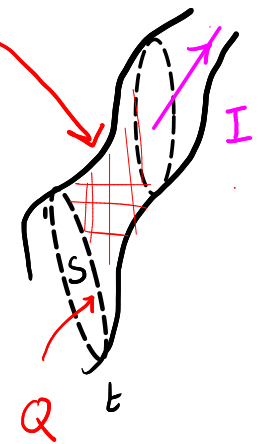
[2]

Conservation de la charge

- Q la charge dans une surface fermée S
- Courant volumique \vec{j}

$$-\frac{dQ}{dt} = I_{\text{sortant}}$$

$$-\frac{dQ}{dt} = \oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

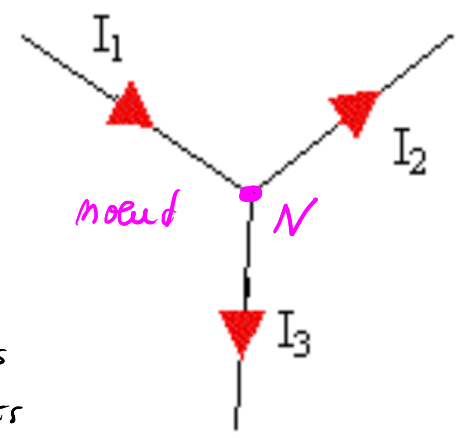
Régime permanent :

surface fermée $\hookrightarrow -\frac{dQ}{dt} = 0$

› Courant constant le long d'un fil

› Loi de nœuds $I_1 = I_2 + I_3$

$\sum \text{courants sortants} = \sum \text{courants entrants}$



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.3 Direction de B en un point d'un plan de sym. ou d'antisym.

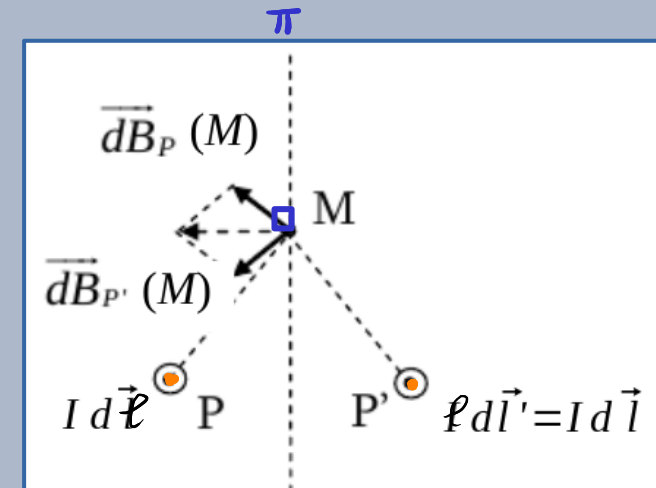
[2]

a) Symétries

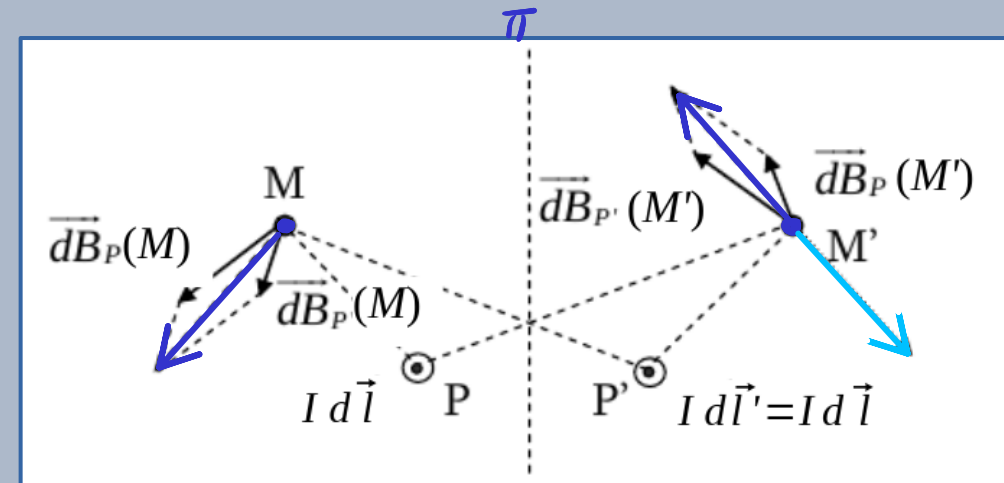
Soit une distribution de courant symétrique par rapport au plan π :

$$\vec{B} \perp \pi$$

Propriété 1 : Le champ $\vec{B}(M)$ en tout point M du plan de symétrie π est perpendiculaire à π .



Propriété 2 : Soient M et M' deux points symétriques par rapport à π : $\vec{B}(M')$ est l'opposé du symétrique de $\vec{B}(M)$ par rapport à π .



2.2.3 Direction de B en un point d'un plan de sym. ou d'antisym.

[2]

b) Anti-symétries

Soit une distribution de courant anti-symétrique par rapport au plan π^* :

$$B \in \pi^*$$

Propriété 1 : Le champ $\vec{B}(M)$ en tout point M du plan d'anti-symétrie π^* est colinéaire à π^* .

Propriété 2 : Soient M et M' deux points symétriques par rapport à π^* : $\vec{B}(M')$ est le symétrique de $\vec{B}(M)$ par rapport à π^* .

c) Invariances

- Si une distribution de courant est invariante par translation suivant l'axe (Oz) : $\vec{B}(M)$ est indépendant de z (coordonnée de M suivant (Oz)). (De même suivant (Ox) et (Oy)...)
- Si une distribution de courant est invariante par rotation autour d'une d'axe (Oz) :
 $B(M) = \|\vec{B}(M)\|$ ne dépend pas de θ (en coordonnées cylindriques de M).
- Si une distribution de courant est invariante par rotation autour du point O : $B(M) = \|\vec{B}(M)\|$ ne dépend pas de θ et φ (en coordonnées sphériques centrées en O).

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.3 Direction de B en un point d'un plan de sym. ou d'antisym.

Symétries et anti-symétries

[2]

1. La direction du champ magnétique en M est celle de la droite orthogonale à un plan Π de symétrie pour la distribution de courants et passant par M.

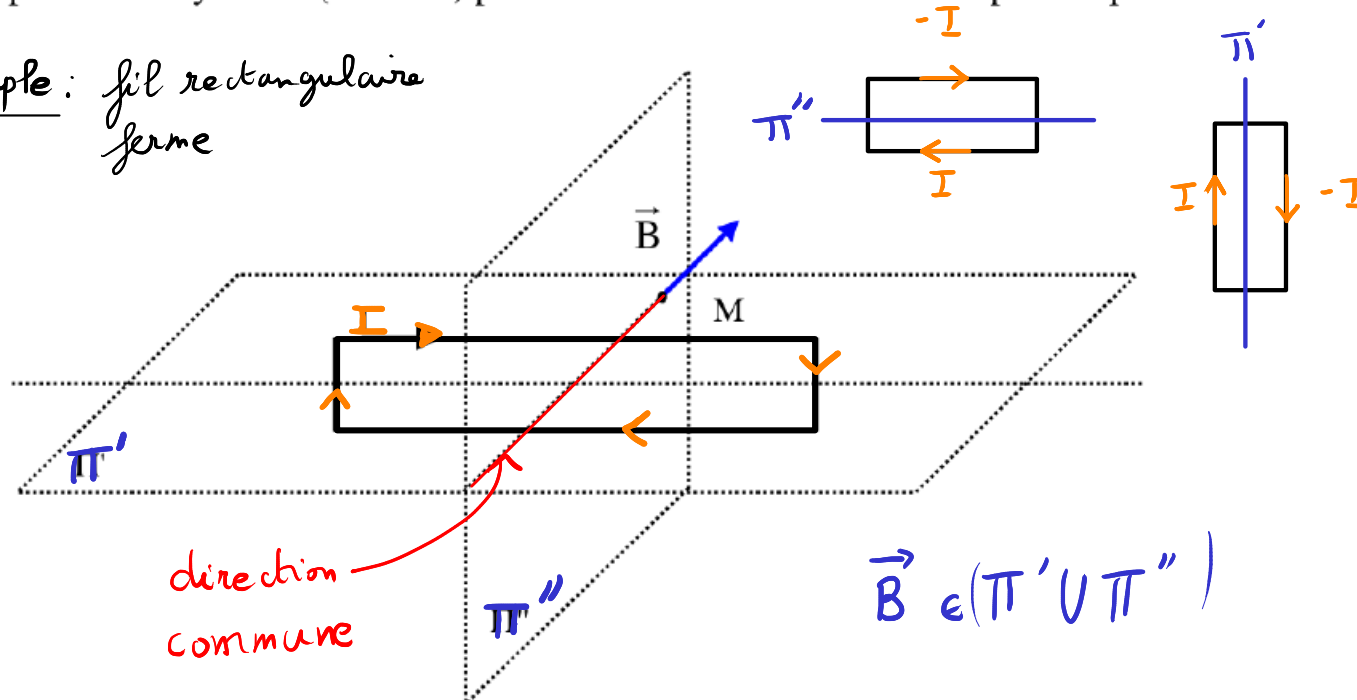
$$\vec{B} \perp \Pi : 1 \Pi \Rightarrow \text{direction de } \vec{B}$$

2. Le vecteur champ magnétique en M est inclus dans tout plan d'antisymétrie Π^* pour la distribution de courants et passant par M.

$$B \in \Pi^* : 2 \Pi^* \Rightarrow \text{direction de } \vec{B}$$

3. La direction du champ magnétique en un point M est celle de la droite intersection d'au moins deux plans d'antisymétrie (Π' et Π'') pour la distribution de courants et passant par M.

exemple : fil rectangulaire fermé

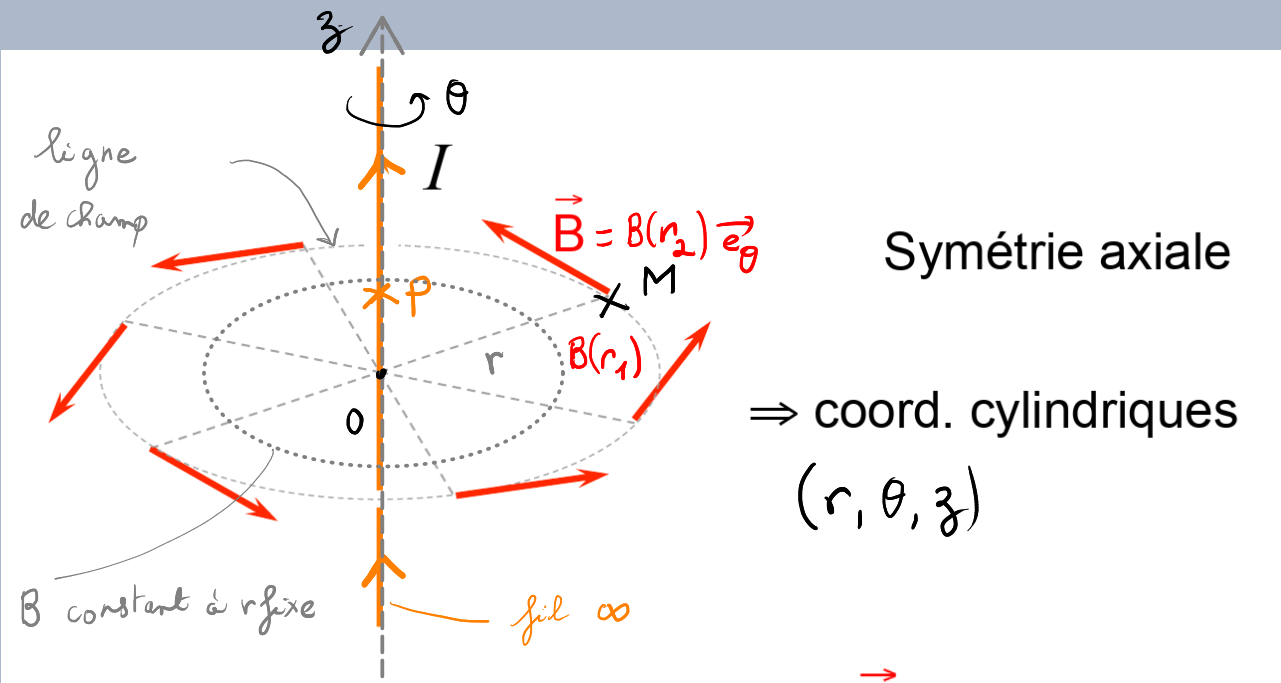


2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.3 Direction de B en un point d'un plan de sym. ou d'antisym.

Exemple : fil rectiligne infini parcouru par un courant I

Analyse des symétries [2]



$\bullet I d\vec{l} = I dz \vec{e}_z$
 $\bullet \vec{PM} = \vec{PO} + \vec{OM} = r\vec{e}_r - z\vec{e}_z$
 $I d\vec{l} \wedge \vec{PM} = \dots \vec{e}_\theta$
 $\bullet (M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ plan de symétrie
 $\hookrightarrow \vec{B} \perp \vec{e}_z : \vec{B} = B \vec{e}_\theta$
 $\bullet (M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ plan d'anti-sym.

- Invariance par rotation $\Rightarrow \vec{B}$ ne dépend pas de θ .
- Invariance par translation $\Rightarrow \vec{B}$ ne dépend pas de z .
- Les lignes de champ pour lesquelles $|\vec{B}| = C^{te}$ sont circulaires $\vec{B}(\vec{r}) = B(r) \vec{e}_\theta$

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

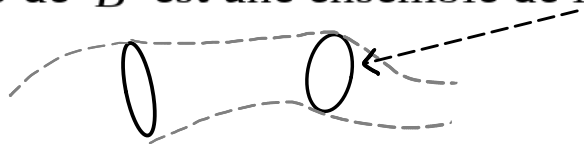
2.2.3 Direction de B en un point d'un plan de sym. ou d'antisym.

d) Lignes et tubes de champ

[1][2]

Définitions :

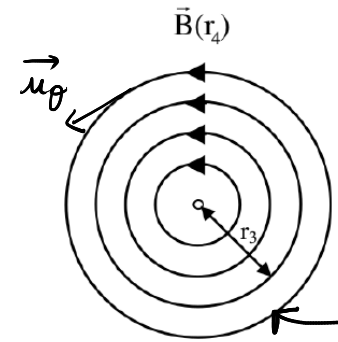
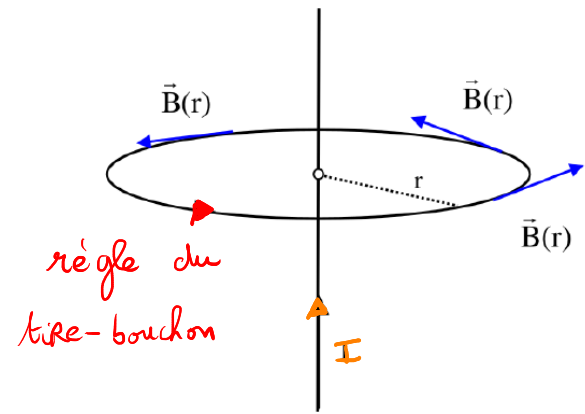
- Une **ligne de champ** de \vec{B} est une **courbe tangente** en tout ses points M à $\vec{B}(M)$.
- Un **tube de champ** de \vec{B} est une ensemble de lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé C .



Propriétés :

- Deux lignes de champ ne peuvent pas se couper, sauf si en ce point $B = 0$.
- Les lignes de champs de \vec{B} sont fermées et tournent autour des sources de \vec{B} (courants), selon la règle de la main droite ou du tire-bouchon.

Exemple du fil infini parcouru par un courant uniforme :



$\vec{B} = B(r) \vec{u}_\theta$
 • $r = r_1$
 $\hookrightarrow B(r_1)$ constant
 \Leftrightarrow ligne de champ = cercle

Lignes d'un champ magnétique orthoradial et vue du dessus

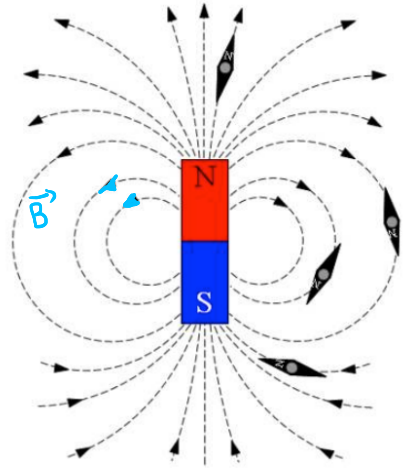
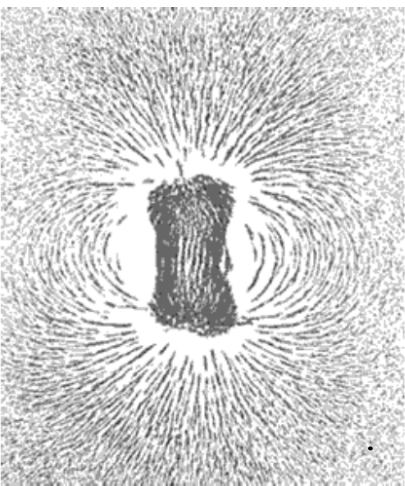
$$\vec{B} = B(r) \vec{u}_\theta$$

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

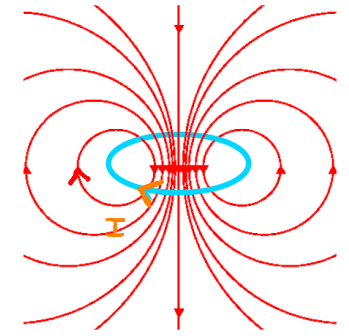
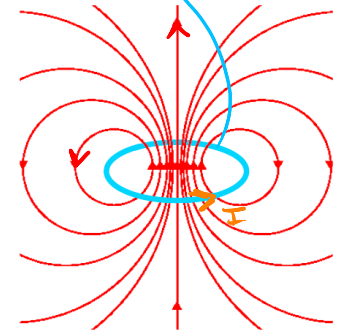
2.2.3 Direction de B en un point d'un plan de sym. ou d'antisym.

Exemples

• **Aimant**



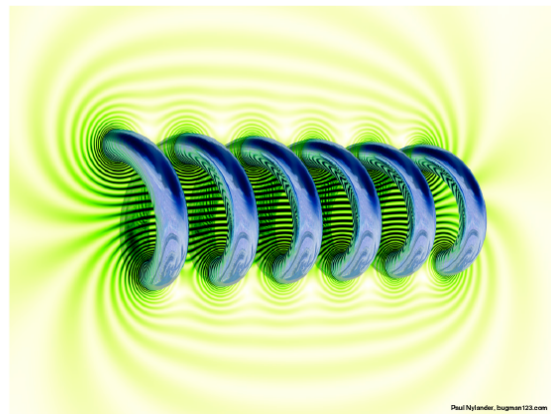
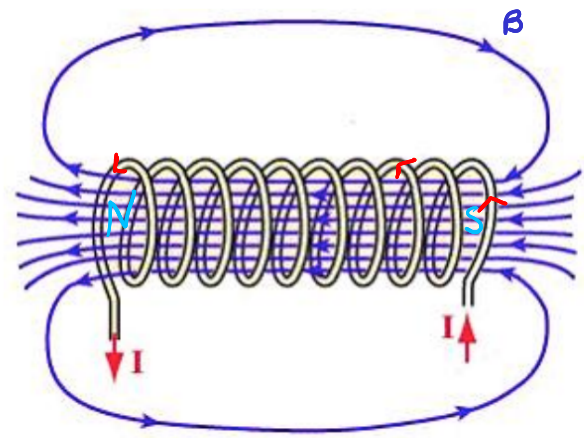
• **Spire**



On "voit" le pôle Nord

On "voit" le pôle Sud

• **Solénoïde** (de nombreuses spires jointives)



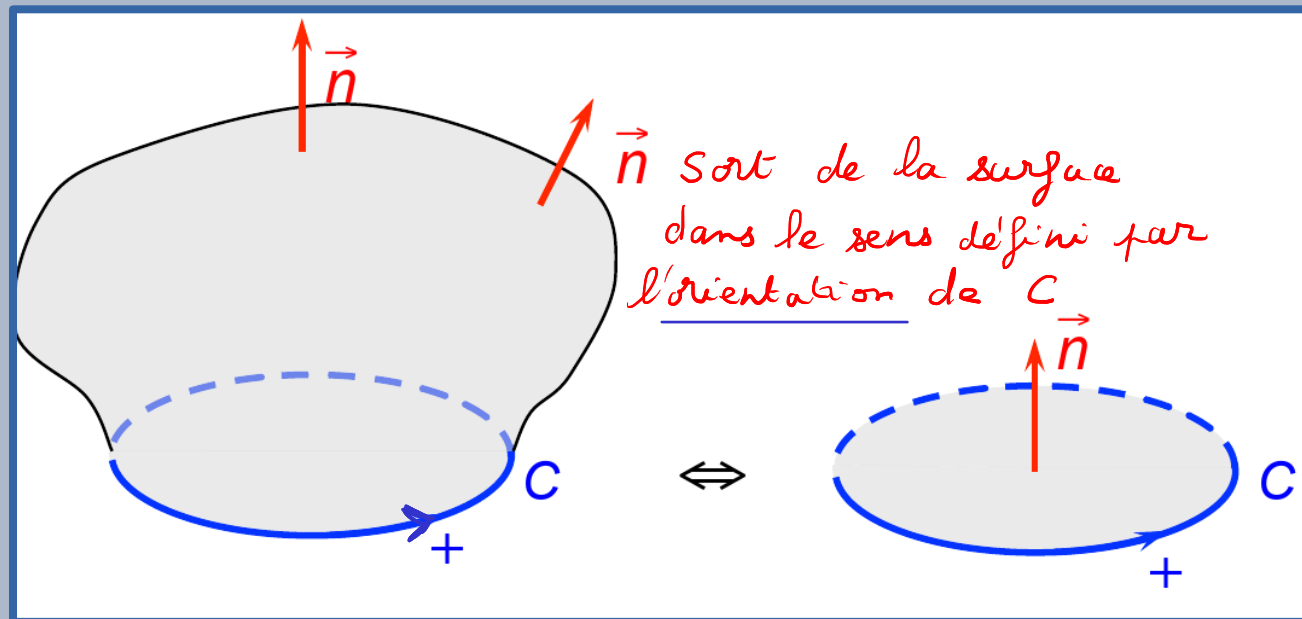
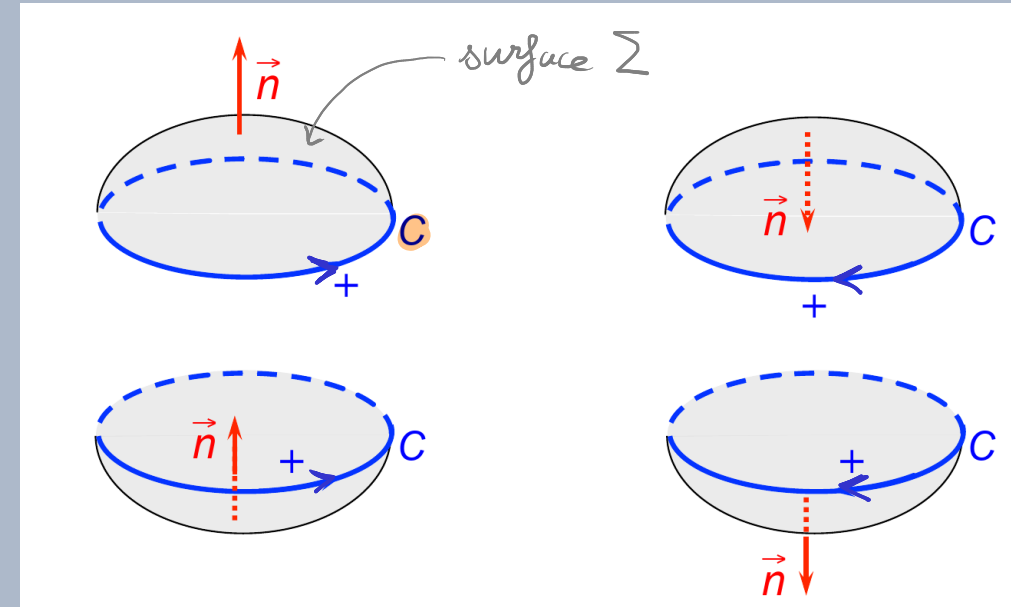
[2]

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.4 Flux de B - Théorème d'Ampère

a) Contours et surfaces orientés

- **contour fermé C** sur lequel s'appuie une surface Σ ;
- on oriente le contour C et la surface Σ ;
- surface de n'importe quelle forme.



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.4 Flux de B - Théorème d'Ampère

b) Flux de B à travers une surface fermée

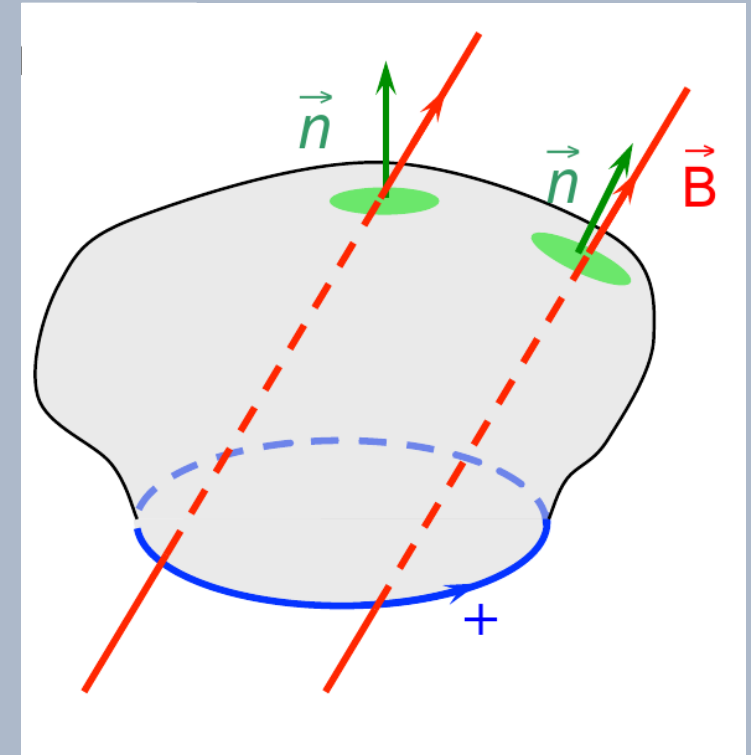
[3]

Le flux du champ magnétique \vec{B} à travers une surface S s'écrit :

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

où \vec{n} est le vecteur normal à l'élément de surface dS .

- si \vec{B} et \vec{n} sont dans le même sens : $\phi > 0$
- si \vec{B} et \vec{n} sont opposés: $\phi < 0$



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

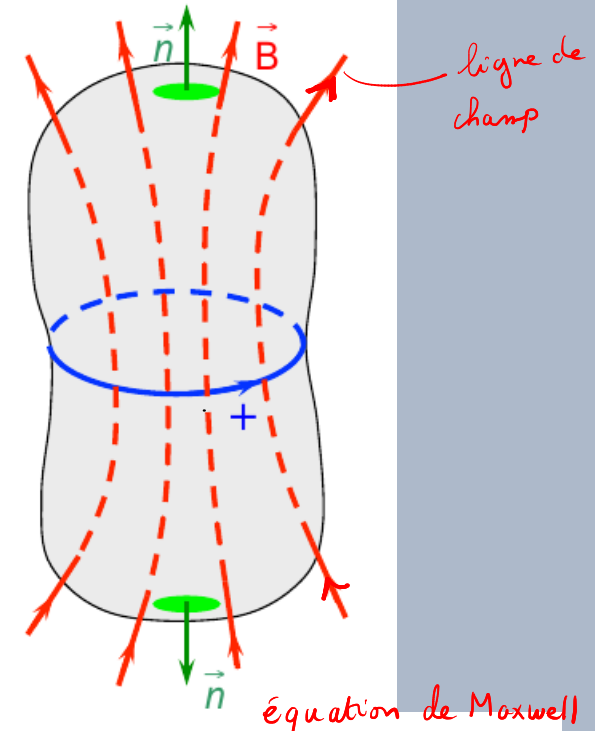
2.2.4 Flux de B - Théorème d'Ampère

Flux de B à travers une surface fermée

Pour calculer le flux de \vec{B} à travers une **surface fermée**, on utilise le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iiint_V (\text{div } \vec{B}) d\tau$$

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



Forme locale de cette propriété : en tout point de l'espace : $\text{div } \vec{B} = 0$

Conséquence 1 : \vec{B} est à **flux conservatif**.

- Le **flux** de \vec{B} à travers une section S d'un **même tube de champ** de \vec{B} est **constant** (c-à-d indépendant de la section S).
- Soit un contour fermé C , quelque soit la surface S délimitée par C , le flux de \vec{B} à travers S est constant (c-à-d indépendant de S).

Conséquence 2 : Il n'existe pas de **mono-pôle magnétique**.

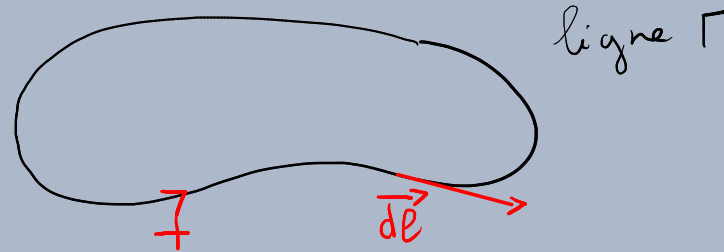
2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.4 Flux de B - Théorème d'Ampère

c) Circulation du champ magnétique

[3]

$$C = \int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$



où $d\vec{\ell}$ est un élément de longueur de la ligne dont le sens dépend du choix de l'orientation de Γ .

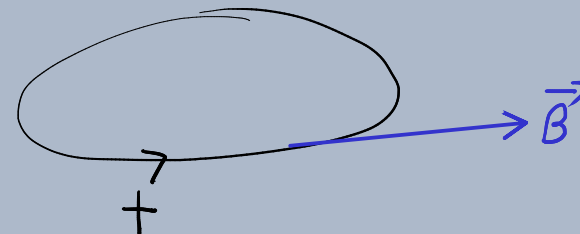
L la longueur de la ligne de champ considérée

Γ : ligne de champ où \vec{B} tangent à Γ

$$\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B \, d\ell$$

$$C = \int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\Gamma} B \cdot d\ell = B \cdot L$$

ligne de champ est orientée dans le sens du champ



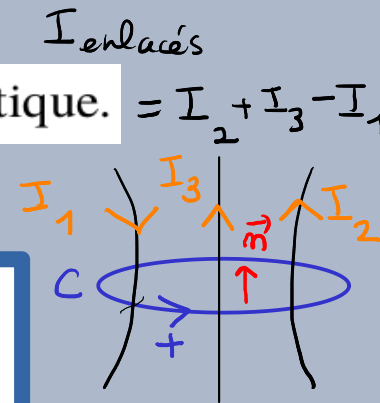
2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.4 Flux de B - Théorème d'Ampère

d) Théorème d'Ampère

circulation **le long d'une courbe C fermée ou non, le long de laquelle le module de B reste constant**, il est possible de déterminer le champ magnétique. [3]

↳ svt : \mathcal{L} = ligne de champ (symétrie, invariance)

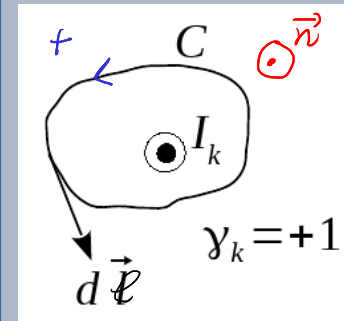


Théorème d'Ampère : (André-Marie Ampère (1775-1836), mathématicien et physicien.)

En régime permanent (les courants ne dépendent pas du temps) ou dans l'approximation des **régimes quasi-stationnaire (ARQS)** (les courants varient lentement dans le temps), quelque soit le contour fermé C :

$$\oint_{M \in C} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\mathcal{L}}(M) = \mu_0 I_{\text{enlacés}} = \mu_0 \sum_k \gamma_k I_k \quad \text{avec les courants } I_k \text{ enlacés par } C$$

$\gamma_k = \oplus 1$ ou $\ominus 1$ selon le sens de I_k par rapport à $d\vec{\mathcal{L}}$ (règle de la main droite ou du tire-bouchon).



La circulation de \vec{B} n'est pas conservative (contrairement à celle de \vec{E} en statique), donc \vec{B} ne dérive pas d'un potentiel scalaire.

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.4 Flux de B - Théorème d'Ampère

Distribution volumique de courant :

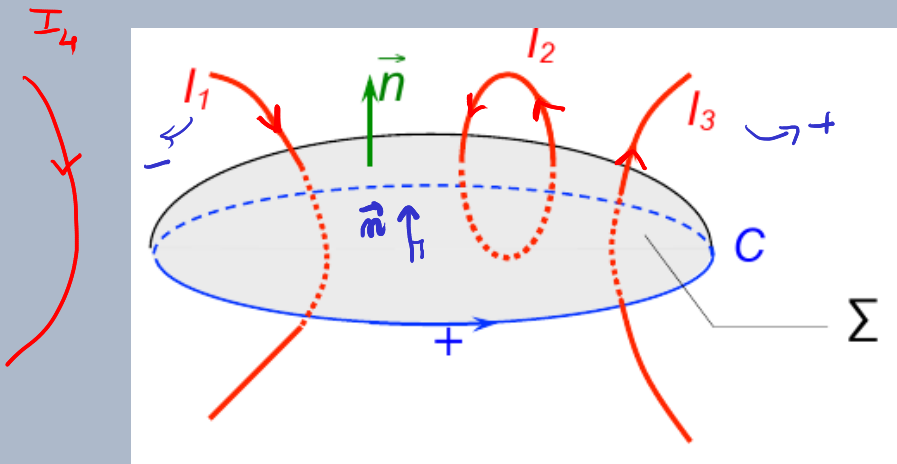
courants "passant" dans le contour C

Pour une distribution (volumique de courant), le **théorème d'Ampère** s'écrit en régime permanent et dans l'ARQS : Quelque soit le contour fermé C , et quelque soit la surface S délimitée par C :

$$\oint_{M \in C} \vec{B}(M) \cdot d\vec{l}(M) = \mu_0 I_{\text{enlacés}} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Avec le sens de $d\vec{S}$ fixé par le sens de $d\vec{l}$ avec la règle de la main droite (ou du tire-bouchon).

Forme locale du théorème d'Ampère : $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ *ég. de Maxwell*



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \overbrace{(-I_1 + I_2 - I_2 + I_3)}^{I_{\text{enlacés}}} = \mu_0 (-I_1 + I_3)$$

[2][3]

I_{alg} (comptée positivement si elle traverse S dans le sens de sa normale)

2.2.5 Exemples

[2]

Méthode pour utiliser le théorème d'Ampère : pour calculer le champ magnétique

- Analyser les symétries et invariances pour connaître la direction \vec{B} en tout point P de l'espace, et ses dépendances en fonction du systèmes de coordonnées (adapté aux symétries de la distribution de courant).
- Choisir un contour fermé C (« contour d'Ampère »), contenant M , le long duquel le calcul de la circulation de \vec{B} est simple (en général $\vec{B} \perp d\vec{l}$ ou $\vec{B} \parallel d\vec{l}$).
- Calculer le courant enlacé par ce contour : $I_{enlacé}$
- Écrire $\oint_{P \in C} \vec{B}(P) \cdot d\vec{l}(P) = \mu_0 I_{enlacé}$ et en déduire $\vec{B}(M)$.

2.2.5 Exemples

a) Loi d'Ohm locale

$$I = \Phi(\vec{j}) = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

[2]

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad \text{loi d'Ohm locale} \quad (\text{conducteur})$$

avec

\vec{E} champ électrostatique ($V.m^{-1}$ ou $N.C^{-1}$)

\vec{j} densité de courant [SI]

γ coefficient de conductivité du conducteur (dépend du milieu et de la T°)
l'unité est le Siemens

$\frac{1}{\gamma}$ résistivité en Ohm.mètre ($\Omega.m$)

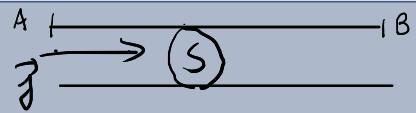
$\vec{j} = nq \vec{v} = \rho_m \vec{v}$, où $nq = \rho_m$ est la densité volumique de charges des porteurs mobiles de vitesse \vec{v} .

$$I = \int_S di = \int_S \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.5 Exemples

Loi d'Ohm locale ou globale ?



$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ *forme locale*

$\Delta V = V_A - V_B = \int_B^A \underbrace{\vec{\text{grad}} V \cdot d\vec{\ell}}_{dV}$

$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V = \frac{\vec{j}}{\gamma}$

[2]

résistance R d'un conducteur de section S

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}{\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}}$$

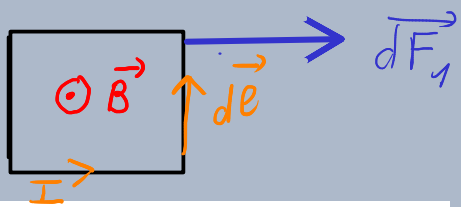
Loi d'Ohm globale

$\Delta V = V_A - V_B = \int_B^A -\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\int_B^A \frac{j}{\gamma} d\ell$

$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$

force de Laplace \vec{F}_l est la force subie par un conducteur parcouru par un courant électrique sous l'action du champ magnétique \vec{B}

$$d\vec{F}_l = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$



densité volumique de la force de Laplace

$d\tau = dS d\vec{\ell}$

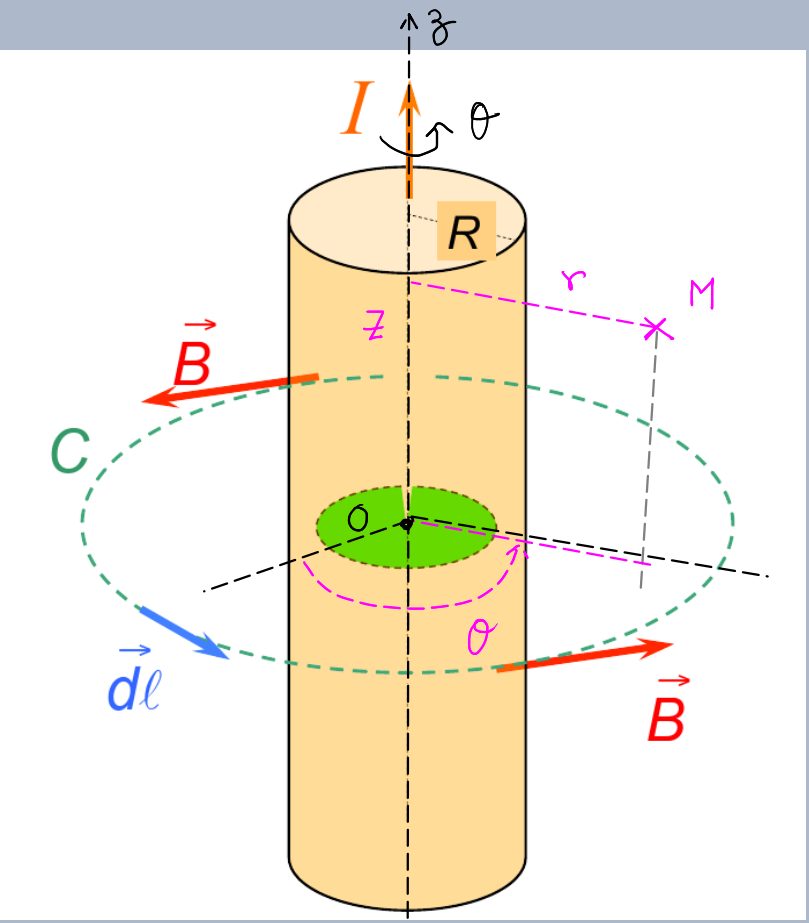
$$\frac{d\vec{F}_l}{d\tau} = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

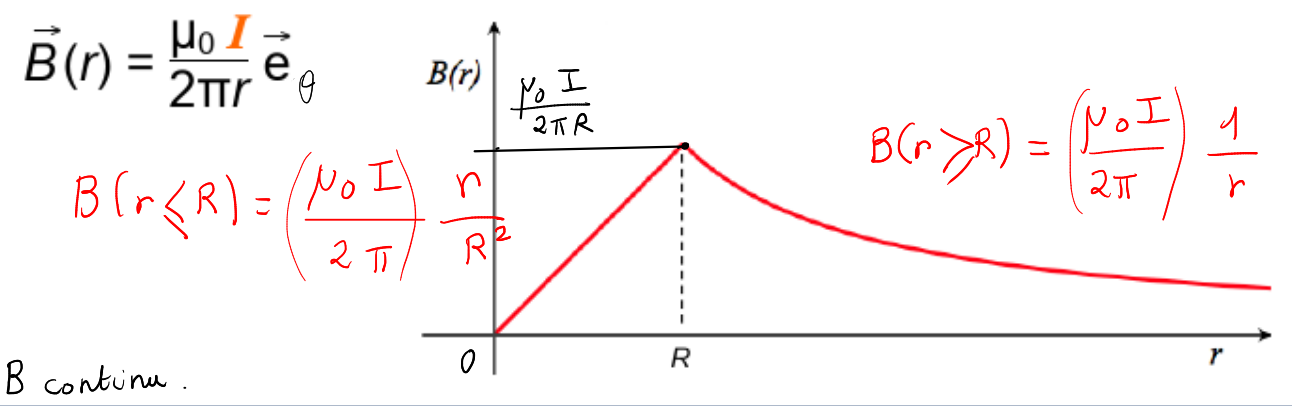
2.2.5 Exemples

b) Fil rectiligne infini \equiv cylindre ∞ de rayon R

[2]



- Coordonnées cylindriques: $(0; (\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z))$
 $\vec{B} = B(r, \theta, z) \vec{u}$
- ① Invariances:
 - distribution de courant I (source de \vec{B})
 - \hookrightarrow invariante par rotation autour de (Oz)
 $\Rightarrow B$ ind. de θ .
 - \hookrightarrow fil ∞ : dist. de courant invar. par translation selon \vec{u}_z
 $\Rightarrow B$ ind. de z



2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

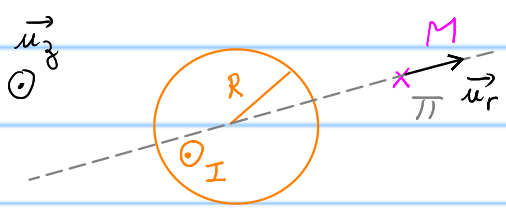
2.2.5 Exemples

b) Fil rectiligne

[2]

② Symétries: $\ast \Pi = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$

Tout plan (Π) contenant M et l'axe (Oz) est un plan de symétrie



donc $\vec{B} \perp \Pi$: \vec{B} selon \vec{u}_θ

$$\vec{B} = B(r) \vec{u}_\theta$$

r constant $B(r)$ constant
 \Rightarrow ligne de champ :
cercles d'axe (Oz)

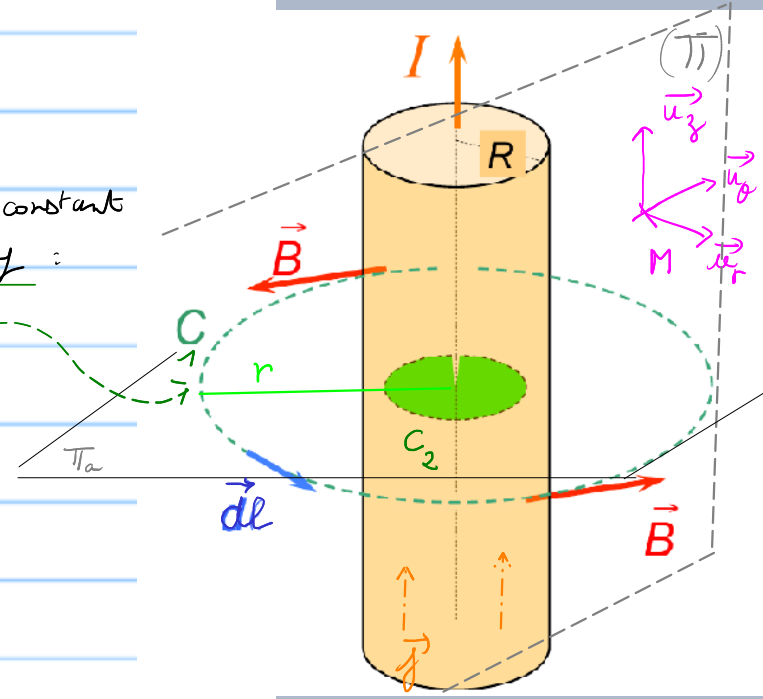
remarque : $\Pi_a = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ plan d'antisymétrie $\vec{B} \in \Pi_a$

③ Théorème d'Ampère:

contour C : cercle de rayon r centré sur l'axe (Oz)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$\begin{cases} C_1: r > R \\ C_2: r < R \end{cases}$
 S défini par C



$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

2.2 Loi de Biot et Savart - Théorème de superposition et symétries

2.2.5 Exemples

b) Fil rectiligne

[2]

$$\hookrightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\text{cerce de rayon } r} B(r) \vec{u}_\theta \cdot d\vec{\ell} \vec{u}_\theta = \int_{\theta=0}^{2\pi} B(r) r d\theta \frac{\vec{u}_\theta \cdot \vec{u}_\theta}{=1} = 2\pi r B(r)$$

$B(r) = \frac{\mu_0 I_{\text{enlacés}}}{2\pi r}$

courants enlacés:

• C₁: $r > R$ $I_{\text{enlacés}} = I_{\text{total}} = I$ car $B(r > R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{cerce de rayon } R} \vec{j} \cdot d\vec{S} + 0 = j \pi R^2 \vec{u}_z$$

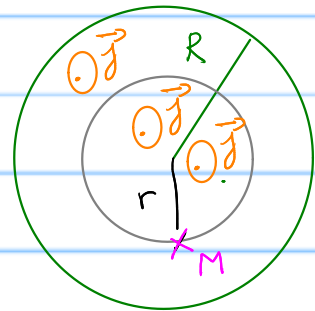
S défini par C

• C₂: $r < R$ $I_{\text{enlacés}} = \iint_{\text{cerce de rayon } r} \vec{j} \cdot d\vec{S} = j \pi r^2$

or $j = \frac{I}{\pi R^2}$ donc

$$I_{\text{enlacés}} = I \frac{r^2}{R^2}$$

$$B(r < R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R^2}$$



\vec{j} : distribuⁿ volumique
 \downarrow
 B continue sur tout l'espace.

2.2.5 Exemples

c) Expériences sur le champ magnétique et les courants.

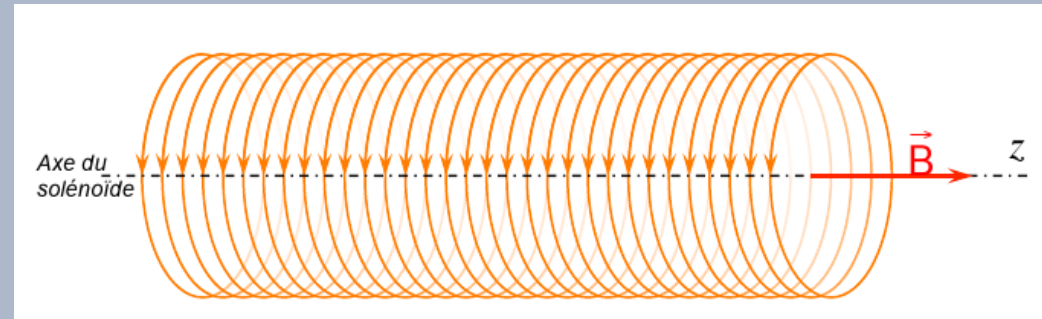


2.2.5 Exemples

d) Solénoïde

[2]

- Solénoïde rectiligne infini dont les spires sont traversées par un courant I
- Solénoïde compte N spires par unité de longueur



$$\vec{B}_{\text{extérieur du solénoïde}} = \vec{0}$$

Soit n le nombre de spires par unité de longueur : $\vec{B}_{\text{intérieur du solénoïde}} = \mu_0 n I \vec{u}$ avec \vec{u} vecteur unitaire de axe du solénoïde orienté par le sens de I (règle de la main droite ou du tire-bouchon).

2.2.5 Exemples

d) Solénoïde

[2]



2.2.5 Exemples

d) Solénoïde

[2]



- [1] Polycopié de cours
- [2] [CUPGE - CY : Introduction à l'électromagnétisme](#)
- [3] Cours [LP 203 - Champs électrique et magnétique](#) de Nicolas MENGUY
- [4] Cours de Luc Tremblay, collège Mérici - [« Électricité et magnétisme »](#).
- [5] David Sénéchal - [« Histoire des sciences » PHQ399](#) Université de Sherbrooke, QC
- [6] pour la suite : [Khan Academy](#) , [Unisciel](#) etc.