CC2

Électromagnétisme

07 Décembre 2023 — PréIng2

Durée : 1h30 minutes (2h en cas de tiers temps)

Sont interdits :

— les documents ;
— tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;
— les déplacements et les échanges.

Consignes :

1. Vérifiez que le sujet est composé de 16 pages et 24 questions ;
2. Seules les dernières feuilles doivent être rendues ;
3. Complétez la page 9 (nom, prénom etc...) dès le début officiel de l'épreuve ;
4. Les détails des calculs demandés doivent être portés sur ces dernières feuilles à l'emplacement correspondant à la question ;
5. Dans les deux grilles, les cases correspondant à la bonne réponse doivent être remplies complètement au stylo noir ;
6. Chaque question ne comporte qu'une seule réponse possible ;
7. Il n'y a de point négatif pour une mauvaise réponse que pour les questions de cours ;
8. Une case simplement cochée ne sera pas comptabilisée.

Le barème est donné à titre indicatif.

Questions de cours (4 points)

Question 1 (0.5 point)
Dans le cas d'une distribution volumique de charges, le potentiel électrique est :

- [A] défini sur la surface chargée et il n'est pas continu à la traversée de la surface.
- ■ défini et continu en tout point de l'espace.
- [C] n'est pas défini sur les points où se trouvent les charges.
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 2 (0.5 point)
La variation dV d'un champ scalaire $V(M)$ est donnée par $dV(M) = \overrightarrow{grad}V \cdot d\overrightarrow{OM}$, où $\overrightarrow{grad}V$ est le gradient du champ scalaire V. Le vecteur $\overrightarrow{grad}V$ est donc :

- [A] tangent à la surface équipotentielle passant par M de la fonction scalaire $V(M)$.
- ■ normal à la surface équipotentielle passant par M de la fonction scalaire $V(M)$.
- [C] un vecteur directeur de la surface équipotentielle passant par M de la fonction scalaire $V(M)$.
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 3 (0.5 point)
Le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ est à circulation conservative et on définit la fonction potentiel électrostatique par :

- [A] $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{grad}V$
- [B] $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{grad}E$
- ■ $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}V$
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 4 (0.5 point)
La circulation C du champ $\overrightarrow{E}$ est donnée par :

- [A] $C = \iint_S \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS}$
- [B] $C = \iiint_V \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dV}$
- ■ $C = \int_A^B \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl}$
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 5 (0.5 point)
La **loi de Biot et Savart** permet de calculer le champ magnétique $\overrightarrow{B}$, pour une distribution de courant où P est un point de la distribution de courant I. Elle s'énonce :

A $\overrightarrow{B}(M) = \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{MP}}{MP^2}$

■ $\overrightarrow{B}(M) = \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$

C $\overrightarrow{B}(M) = \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^2}$

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 6 (0.5 point)
En étudiant les plans de *symétrie pour la distribution de courant*, on trouve que la direction du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ en M est :

■ celle de la droite orthogonale à un plan Π de symétrie, passant par M.

B inclus dans tout plan Π de symétrie, passant par M.

C celle de la droite intersection d'au moins deux plans de symétrie, passant par M.

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 7 (0.5 point)
En présence d'un champ magnétique $\overrightarrow{B}$, une charge q à la vitesse $\overrightarrow{v}$ est soumise à une force de Lorentz $\overrightarrow{f_L}$ avec :

A $\overrightarrow{f_L} = qB\overrightarrow{v}$

B $\overrightarrow{f_L} = qv\overrightarrow{B}$

C $\overrightarrow{f_L} = q\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{B}$

■ $\overrightarrow{f_L} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$

E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 8 (0.5 point)
À l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique, le champ électrique créé par

A les charges du conducteur est nul.

B les charges extérieures au conducteur est nul.

■ toutes les charges (du conducteur et extérieures) est nul.

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Cylindre chargé en volume (8 points)

On considère un cylindre infini, d'axe (Oz) et de rayon R, chargé en volume avec une densité volumique de charge $\rho(r, \theta, z) = r/a$.

a est une constante positive et r est la distance à l'axe (Oz) (telle que ρ ait la dimension physique adéquate).

On prendra l'origine des potentiels : $V(r = 0) = 0$.

Question 9 (0.25 point)
La charge $Q(r)$ contenue dans un cylindre d'axe (Oz), de rayon r et de hauteur h a pour expression pour $r \leqslant R$:

- [A] $Q(r) = \dfrac{\pi h r^2}{a}$
- [B] $Q(r) = 0.$
- [C] $Q(r) = \dfrac{\pi h r^3}{a}$
- ■ $Q(r) = \dfrac{2\pi h r^3}{3a}$
- [E] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 10 (0.25 point)
La charge $Q(r)$ contenue dans un cylindre d'axe (Oz), de rayon r et de hauteur h a pour expression pour $r \geqslant R$:

- [A] $Q(r) = 0.$
- [B] $Q(r) = \dfrac{\pi h R^2}{a}$
- ■ $Q(r) = \dfrac{2\pi h R^3}{3a}$
- [D] $Q(r) = \dfrac{\pi h R^3}{a}$
- [E] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 11 (0.5 point)
La direction du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$, au point M, créé par cette distribution est radiale car :

- [A] tous les plans passant par O et par M sont des plans de symétrie de la distribution de charges.
- ■ les plans $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ et $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_z})$ sont des plans de symétrie de la distribution de charges.
- [C] les plans $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ et $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\phi})$ sont des plans de symétrie de la distribution de charges.
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 12 (1 point)
En utilisant le théorème de Gauss, on trouve que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ vaut pour $r \leqslant R$:

- [A] $\overrightarrow{E} = \dfrac{r^2}{a\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- ■ $\overrightarrow{E} = \dfrac{r^2}{3a\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [C] $\overrightarrow{E} = \dfrac{R^3}{3ar\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [D] $\overrightarrow{E} = \dfrac{R^2}{3a\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [E] $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}$
- [F] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 13 (1 point)
En utilisant le théorème de Gauss, on trouve que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ vaut pour $r \geqslant R$:

- [A] $\overrightarrow{E} = \dfrac{r^2}{a\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [B] $\overrightarrow{E} = \dfrac{R^2}{3a\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [C] $\overrightarrow{E} = \dfrac{r^2}{3a\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [D] $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}$
- ■ $\overrightarrow{E} = \dfrac{R^3}{3ar\epsilon_0}\overrightarrow{u_r}$
- [F] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 14 (1 point)
Le potentiel électrique $V(r)$ vaut pour $r \leqslant R$:

- [A] $V(r) = \dfrac{R^3}{3a\epsilon_0}\left[\ln\left(\dfrac{R}{r}\right) - \dfrac{1}{3}\right]$
- [B] $V(r) = \dfrac{R^3}{3a\epsilon_0}\left[\ln\left(\dfrac{R}{r}\right) + \dfrac{1}{3}\right]$
- [C] $V(r) = \dfrac{r^3}{9a\epsilon_0}$
- [D] $V(r) = 0$
- ■ $V(r) = -\dfrac{r^3}{9a\epsilon_0}$
- [F] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 15 (1 point)
Le potentiel électrique $V(r)$ vaut pour $r \geqslant R$:

- ■ $V(r) = \dfrac{R^3}{3a\epsilon_0}\left[\ln\left(\dfrac{R}{r}\right) - \dfrac{1}{3}\right]$
- [B] $V(r) = \dfrac{r^3}{9a\epsilon_0}$
- [C] $V(r) = \dfrac{R^3}{3a\epsilon_0}\left[\ln\left(\dfrac{R}{r}\right) + \dfrac{1}{3}\right]$
- [D] $V(r) = -\dfrac{r^3}{9a\epsilon_0}$
- [E] $V(r) = 0$
- [F] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 16 (3 points)
Démontrer l'expression du champ électrique $\overrightarrow{E}$ et du potentiel V pour $r \geqslant R$, en détaillant les calculs (symétries, invariances, surface de Gauss, flux, charges q_{int} ...).
Répondez sur les deux feuilles correspondantes, à la fin du sujet.

Fil infini (4 points)

On considère un fil de longueur infinie, confondu avec l'axe (Oz). Il est parcouru par un courant I constant orienté vers les z croissants.

On repère un point M de l'espace dans la base de coordonnées cylindriques : $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

On cherche l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ généré par ce fil au point M, qui s'écrit de manière générale : $\vec{B}(M) = B(r, \theta, z)\vec{u}$, $\vec{u}$ à déterminer.

Question 17 (0.5 point)
En regardant les invariances, on constate que $B(r, \theta, z)$ ne dépend que de :

- A z
- B θ
- C φ
- ■ r
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 18 (0.5 point)
Du fait des plans de symétries, le vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$ s'écrit :

- A $\vec{B}(M) = B(z)\vec{u}_z$
- B $\vec{B}(M) = B(z)\vec{u}_r$
- ■ $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$
- D $\vec{B}(M) = B(\theta)\vec{u}_\theta$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 19 (1 point)
En utilisant le théorème d'Ampère, on peut écrire le vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$:

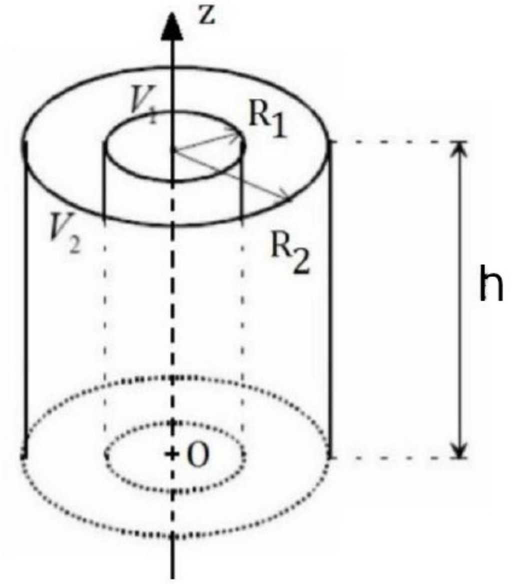
- A $\vec{B}(M) = \dfrac{2\mu_0 I}{\pi r}\vec{u}_z$
- B $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{\pi z}\vec{u}_r$
- C $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{\pi z}\vec{u}_\theta$
- ■ $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 20 (2 points)
Démontrer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$, en détaillant les calculs (symétries, invariances, Théorème d'Ampère ...)..
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Condensateur cylindrique (4 points)

Un condensateur cylindrique à air est formé de deux armatures coaxiales, de rayons notés R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$.

On appelle Q_{int} la charge à la surface du cylindre intérieur de rayon R_1 et de hauteur h. On suppose ici que ce conducteur est de longueur infinie ($h \gg R_2 > R_1$).



Question 21 (0.5 point)
$\overrightarrow{E}$ en un point M situé à la distance r de l'axe, avec $R_1 < r < R_2$ vaut :

- ■ $\overrightarrow{E} = \dfrac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 hr}\overrightarrow{u}_r$
- B $\overrightarrow{E} = \dfrac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 r}\overrightarrow{u}_r$
- C $\overrightarrow{E} = \dfrac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{u}_r$
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 22 (1 point)
La capacité C de ce condensateur a pour expression :

■ $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$

B $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)}$

C $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 h}{\dfrac{R_2}{R_1}}$

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 23 (1.5 points)
Sans redémontrer l'expression du champ électrique pour un cylindre, établir l'expression de la capacité C, en détaillant les calculs.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 24 (1 point)
Pour $R_2 - R_1 = e \ll R_1$, cette capacité C se simplifie en :

A $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 R_1 e}{h}$

■ $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 R_1 h}{e}$

C $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 e h}{R_1}$

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Correction

Électromagnétisme - PréIng2 - CC2 - 2023/2024

NOM : ....

Prénom : ....

n° Groupe : ....

Nom du chargé de TD : ....

CODAGE DU N° ÉTUDIANT *horizontalement* (DANS LE SENS DE LECTURE)

Premier chiffre du n° étudiant

Dernier chiffre du n° étudiant

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

SENS DE REMPLISSAGE $\longrightarrow$ DU N° ÉTUDIANT

Correction

Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.
La copie ne sera corrigée que si :

- **elle comporte vos nom, prénom et groupe ;**
- **les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;**
- **la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.**

Question 1 : $\boxed{A}$ ■ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

Question 2 : $\boxed{A}$ ■ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

Question 3 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ ■ $\boxed{D}$

Question 4 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ ■ $\boxed{D}$

Question 5 : $\boxed{A}$ ■ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

Question 6 : ■ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

Question 7 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ ■ $\boxed{E}$

Question 8 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ ■ $\boxed{D}$

Question 9 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ ■ $\boxed{E}$

Question 10 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ ■ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$

Question 11 : $\boxed{A}$ ■ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

Question 12 : $\boxed{A}$ ■ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{F}$

Question 13 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ ■ $\boxed{F}$

Question 14 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ ■ $\boxed{F}$

Question 15 : ■ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{F}$

Question 17 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ ■ $\boxed{E}$

Question 18 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ ■ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$

Question 19 : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ ■ $\boxed{E}$

Question 21 : ■ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

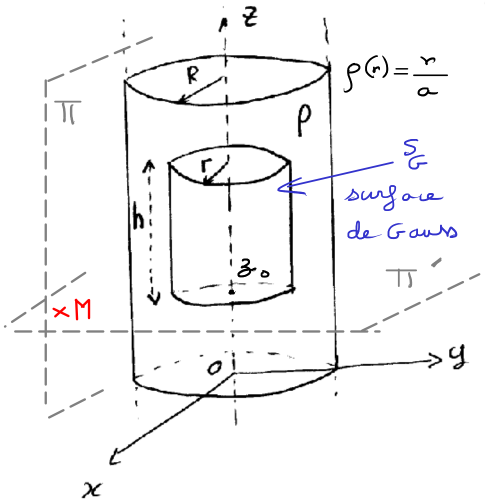
Question 22 : ■ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

Question 24 : $\boxed{A}$ ■ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

3 points

CORRECTION

Question 16 : **Cylindre chargé en volume** [redacted] *Réservé à l'enseignant(e)*



① <u>coordonnées cylindriques</u> : $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$

$\vec{E} = E(r, \theta, z)\ \vec{u}$

<u>Charge Q(r)</u> : $dq = \rho\, dV = \rho\, dr\, r\, d\theta\, dz$

$$Q(r) = \iiint dq = \iiint \left(\frac{r'}{a}\right) r'\, dr'\, d\theta\, dz$$

• <u>$r \leq R$</u> : $Q(r) = \int_0^r \left(\frac{r'^2}{a}\right) dr' \int_0^{2\pi} d\theta \int_{z_0}^{z_0+h} dz = \frac{r^3}{3a} 2\pi h$

• <u>$r \geq R$</u> : $Q(r) = \int_0^R \left(\frac{r'^2}{a}\right) dr' \int_0^{2\pi} d\theta \int_{z_0}^{z_0+h} dz = \frac{R^3}{3a} 2\pi h$ 0,5 point

② <u>Invariances</u> par rotation autour de l'axe (Oz) et par translation selon (Oz) de la distribution de charges 0,5 point

↳ $E(M) = E(r)$ indépendant de θ et z

③ <u>Symétrie</u> : $\Pi = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie
$\Pi' = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ " " " "
} $\vec{E} \in \Pi$ et Π' 0,5 point

donc $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\ \vec{u}_r}$

④ Théorème de Gauss : S_G : cylindre de rayon r d'axe (Oz) de hauteur h

$$\Phi(\vec{E}) = \oiint_{S_G} E(r)\,\vec{u}_r \cdot \left(r\, d\theta\, dz\ \vec{u}_r\right) = E(r)\, r \int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta \int_{z=z_0}^{z_0+h} dz = 2\pi r h E(r)$$

E(r) constant à r fixé

$$\Phi(\vec{E}) = 2\pi r h E(r) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{Q(r)}{\varepsilon_0}$$

Question 16 : **Cylindre chargé en volume (suite)** ■

pour $r \geq R$: $\Phi(\vec{E}) = \cancel{2}\pi r h E(r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{R^3}{3a}\cancel{2}\pi h$ donc

$$\boxed{\vec{E} = \frac{R^3}{3\varepsilon_0 a r}\vec{u}_r}$$

0,5 point

pour $r \leq R$: $\Phi(\vec{E}) = \cancel{2}\pi r h E(r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{r^3}{3a}\cancel{2}\pi h$ donc

$$\boxed{\vec{E} = \frac{r^2}{3\varepsilon_0 a}\vec{u}_r}$$

Potentiel V :

$$\vec{E} = E(r)\vec{u}_r = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$

- pour $r \geq R$:

$$\Longrightarrow dV = -E(r)\,dr = \frac{-R^3}{3\varepsilon_0 a}\frac{dr}{r}$$

$$V(r) = \frac{-R^3}{3\varepsilon_0 a}\ln r + C'$$

0,5 point

- pour $r \leq R$:

$$\Longrightarrow dV = -E(r)\,dr = \frac{-1}{3\varepsilon_0 a}r^2\,dr$$

$$V(r) = \frac{-r^3}{9\varepsilon_0 a} + C \quad \text{et} \quad V(r=0) = 0 \quad \text{donc} \quad C = 0$$

V est continue en $r = R$ donc $\lim\limits_{r \to R^-} V(r) = \lim\limits_{r \to R^+} V(r)$

$$\Longrightarrow \frac{-R^3}{9a\varepsilon_0} = \frac{-R^3}{3a\varepsilon_0}\ln R + C'$$

$$\Longrightarrow C' = \frac{R^3}{3a\varepsilon_0}\left[\ln R - \frac{1}{3}\right]$$

0,5 point

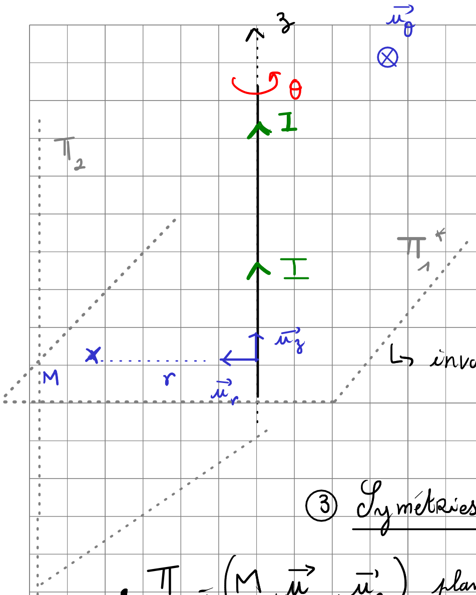
donc

$$\boxed{V(r > R) = \frac{R^3}{3a\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{1}{3}\right]}$$

2 points

Question 20 :

Fil infini *Réservé à l'enseignant(e)*



① $\{O, (\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)\}$ ↳ $\vec{d\ell} = \begin{vmatrix} dr \\ r\,d\theta \\ dz \end{vmatrix}$

$\vec{B} = B(r, \cancel{\theta}, \cancel{z})\ \vec{u}$

② Invariances :

↳ fil ∞ : invariance par translation selon $\vec{u}_z$ $\rightarrow B(r,\theta,z)$ indépendant de z — 0,5 point

↳ invariance par rotation autour de l'axe Oz $\rightarrow B(r,\theta,z)$ indépendant de θ

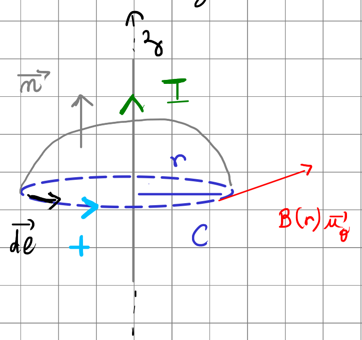
③ Symétries : par rapport à la distribution de courant

- $\Pi_2 = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ plan de symétrie ↳ $\vec{B} \perp \Pi_2 \Rightarrow \vec{B}$ selon $\vec{u}_\theta$

donc $\boxed{\vec{B} = B(r)\ \vec{u}_\theta}$ — 0,5 point

④ Théorème d'Ampère : contour C = cercle de rayon r

$$\boxed{\oint_C \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \mu_0\, I_{enlacé}}$$



- $I_{enlacé} = +I$
- $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \int_{cercle} B(r)\,\vec{u}_\theta \cdot (dr\,\vec{u}_r + r\,d\theta\,\vec{u}_\theta + \dots) = \int_{cercle} B(r)\ r\,d\theta = B(r)\,r \int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta$

constant sur le cercle

$= 2\pi\, r\, B(r)$ — 0,5 point

- donc $2\pi r\, B(r) = \mu_0 I \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \left(\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\right) \vec{u}_\theta}$ — 0,5 point

1,5 points

Question 23 : **Condensateur cylindrique** *Réservé à l'enseignant(e)*

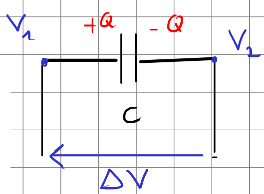
• cylindre ∞ d'axe Oz : $\boxed{\begin{aligned} E(r>R) &= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R}{r} \\ E(r<R) &= 0 \end{aligned}}$

pour $R_1 < r < R_2$

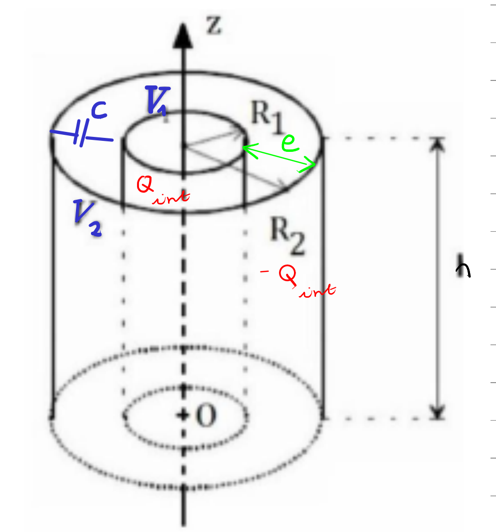
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}(r>R_1) + \underbrace{\vec{E}(r<R_2)}_{=\vec{0}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R_1}{r}\vec{u}_r$$

or $Q_1 = \overset{=\sigma}{\sigma_1}\, 2\pi R_1 h \Rightarrow \sigma R_1 = \frac{Q_{int}}{2\pi h}$ car $Q_1 = -Q_2 = Q_{int}$

donc $\boxed{\vec{E} = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 h}\left(\frac{1}{r}\right)\vec{u}_r}$



$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{Q}{C}$, C ?



or

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\, V = E(r)\,\vec{u}_r$$

$$= -\left|\begin{array}{c} \frac{dV}{dr} \\ \frac{1}{r}\frac{dV}{d\theta} \\ \frac{dV}{dz} \end{array}\right. = \left|\begin{array}{c} E(r) \\ 0 \\ 0 \end{array}\right.$$

donc $\frac{dV}{dr} = -E(r) = -\frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 h}\left(\frac{1}{r}\right)$ 0,5 point

$$V(r) = -\int \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 h}\left(\frac{dr}{r}\right) = -\frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 h}\ln r + K , \quad K : \text{constante}$$ 0,5 point

or $\Delta V = V_1 - V_2 = V(r=R_1) - V(r=R_2) = \int_{r=R_2}^{r=R_1} dV = -\frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 h}\Big[\ln r\Big]_{r=R_2}^{r=R_1}$

$$\Delta V = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 h}\underbrace{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}_{>0} = \frac{Q_{int}}{C} \longrightarrow \boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$$ capacité 0,5 point

Feuille supplémentaire - (indiquer le numéro de la question rédigée)

Correction