# Préing 1, MI4
# Interrogation

| | |
|---|---|
| *Matière :* **Algèbre II** | *Date :* **mercredi 22 mai 2024** |
| L'usage de tout appareil électronique est interdit | *Durée :* **30m** |
| | *Nombre de pages :* **1** |

***Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.***

*Le sujet comporte 4 exercices. L'ordre dans lequel ceux-ci sont traités n'est pas imposé.*

♣ ♣ ♣

**Exercice 1** (Questions de cours)**. (3 pts)**

1. Donner la formule de Grassmann.
2. Donner la formule du théorème de rang.

**Exercice 2. (7 pts)** Dans $\mathbb{R}^3$, soit $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, u_3\}$ avec $u_1 = (1, 1, 2), u_2 = (2, 1, 1)$ et $u_3 = (1, 3, 7)$

1. Soit $v = (1, 2, m)$. Chercher $m$ tel que $v \in \text{Vect}\{u_1, u_2\}$.
2. Montrer que $\mathcal{A}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
3. Donner la matrice passage de base canonique à la base $\mathcal{A}$.

**Exercice 3. (10 pts)** Soit $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4, R^3)$ et $A$ la matrice de $f$ dans les bases canoniques

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer l'expression analytique de $f$.
2. Déterminer une base du noyau et une base de l'image de $f$. En déduire leurs dimensions.