CY TECH	**Préing 1** **DS 5 analyse**	
	Matière : **Mathématiques - analyse** L'usage de tout appareil électronique est interdit	*Date :* **Jeudi 7 avril 2022** *Durée :* **1h30** *Nombre de pages :* **2**

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.
Le sujet comporte quatre exercices. L'ordre dans lequel ceux-ci sont traités n'est pas imposé.

♣ ♣ ♣

Exercice 1 :

1. Déterminer un équivalent simple de la suite : $u_n = \dfrac{\sqrt{n^4+1}-n^2}{\exp\left(\frac{(-1)^n}{n}\right)-1}$.
2. Déterminer un équivalent simple de la fonction : $f(x) = \dfrac{\ln(1+\sin(x))}{\sin(\pi x^2)}$, au voisinage de 0.
3. Déterminer un équivalent simple de la fonction : $g(x) = \dfrac{\sin(x)\cos(x)-\sin(x)}{(x^4+x^5)\cos(\pi x)}$, au voisinage de 0.

Exercice 2 :

Calculer les développements limités des fonctions suivantes :

1. (a) $g_1(x) = \dfrac{\sqrt{1+x}}{1+x+x^2}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0.
   (b) On en déduit un équivalent simple de la fonction $f(x) = g_1(x) - 1 + \dfrac{x}{2}$ au voisinage de 0.
2. $g_2(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0.
3. $g_3(x) = e^x \sin(x)$ à l'ordre 2 au voisinage de $\dfrac{\pi}{2}$.

Exercice 3 :

Déterminer les limites suivantes :

1. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2(\cos(\frac{1}{n^2})-1)}{\sin(\ln(1+\frac{1}{n}))}$.
2. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n\sin(\frac{\pi}{n})\ln(1+\frac{2}{n})}{\ln(1+\frac{3}{n})}$.
3. $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{3\sin(x)-x\cos(x)-2x}{\pi x^5+x^6}$.
4. $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{1+\ln(1+2x)-e^{2x}}{1-\cos(x)}$.

Exercice 4 :

Soit f une fonction définie par $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3}{x+1}}$ et C_f la courbe représentative de f.

1. Calculer le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de $+\infty$. Utiliser le changement de variable $v = \frac{1}{x}$.
2. Déterminer une asymptote oblique de C_f de la forme $D : y = ax + b$, en $+\infty$.
3. Déterminer la position relative entre C_f et l'asymptote oblique D.