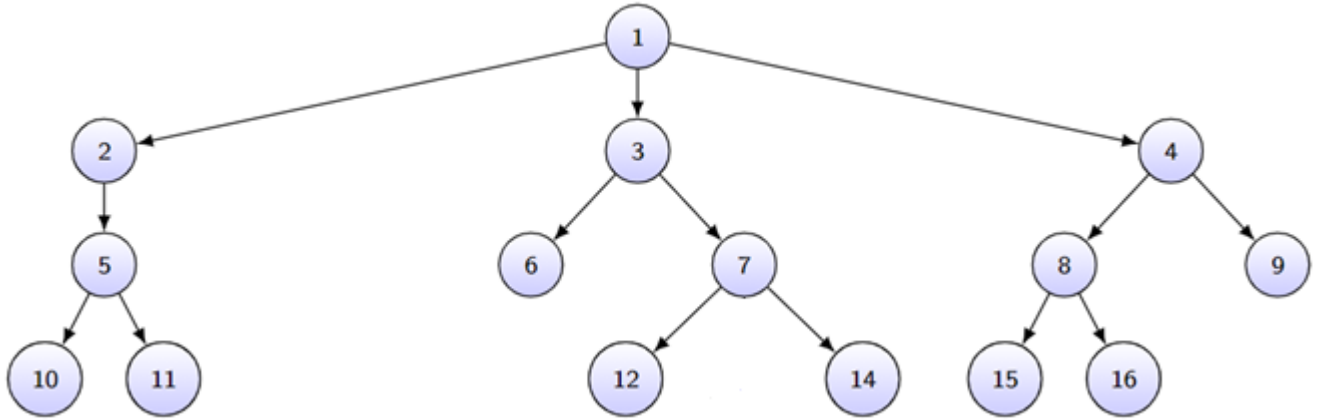
INFORMATIQUE 3

IV. ARBRES BINAIRES DE RECHERCHE

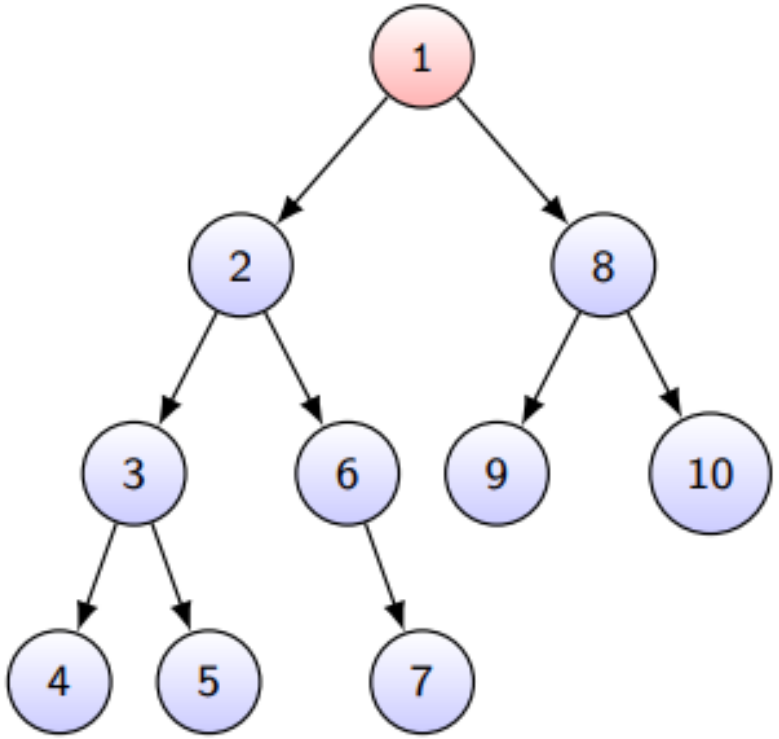


Eva ANSERMIN & Renaud VERIN & Romuald GRIGNON

CY TECH

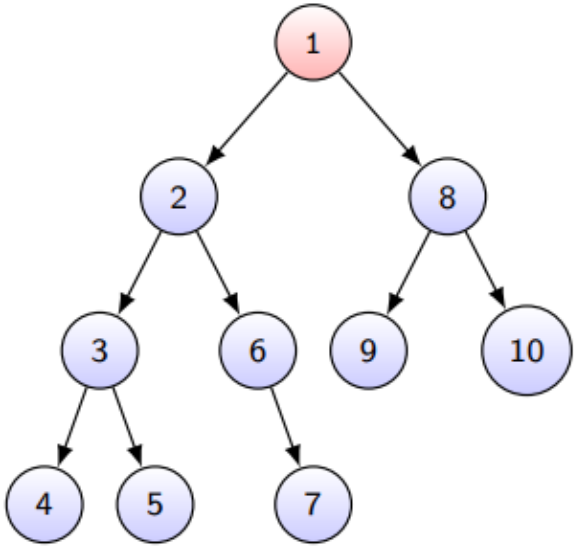
Rappel : arbre binaire

- Une arbre binaire de recherche est un arbre dont les nœuds ont au maximum 2 fils.



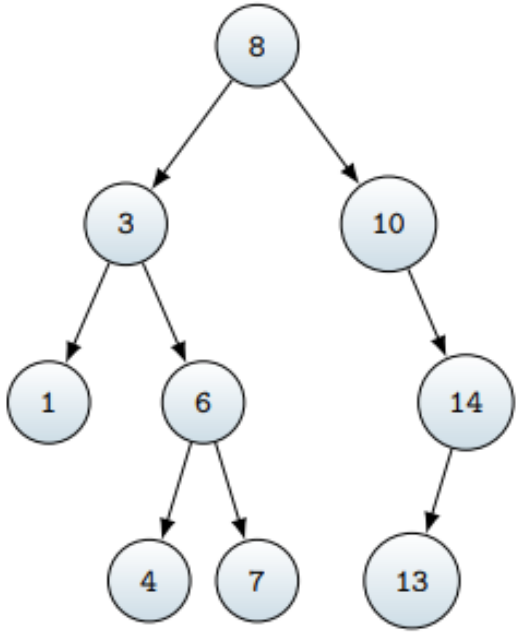
Principe de l'ABR

- Une arbre binaire est un arbre dont les nœuds ont au maximum 2 fils.
- Un arbre peut permettre de stocker des données. Si ces données ne sont pas organisées, la recherche d'élément n'est pas plus rapide que pour une liste.
- Dans un arbre quelconque les opérations de recherches sont en O(n) : tous les éléments doivent être parcourus.
- Dans un tableau, on peut trier les données pour faciliter la recherche. Comment faire pour un arbre ?



ABR : définition

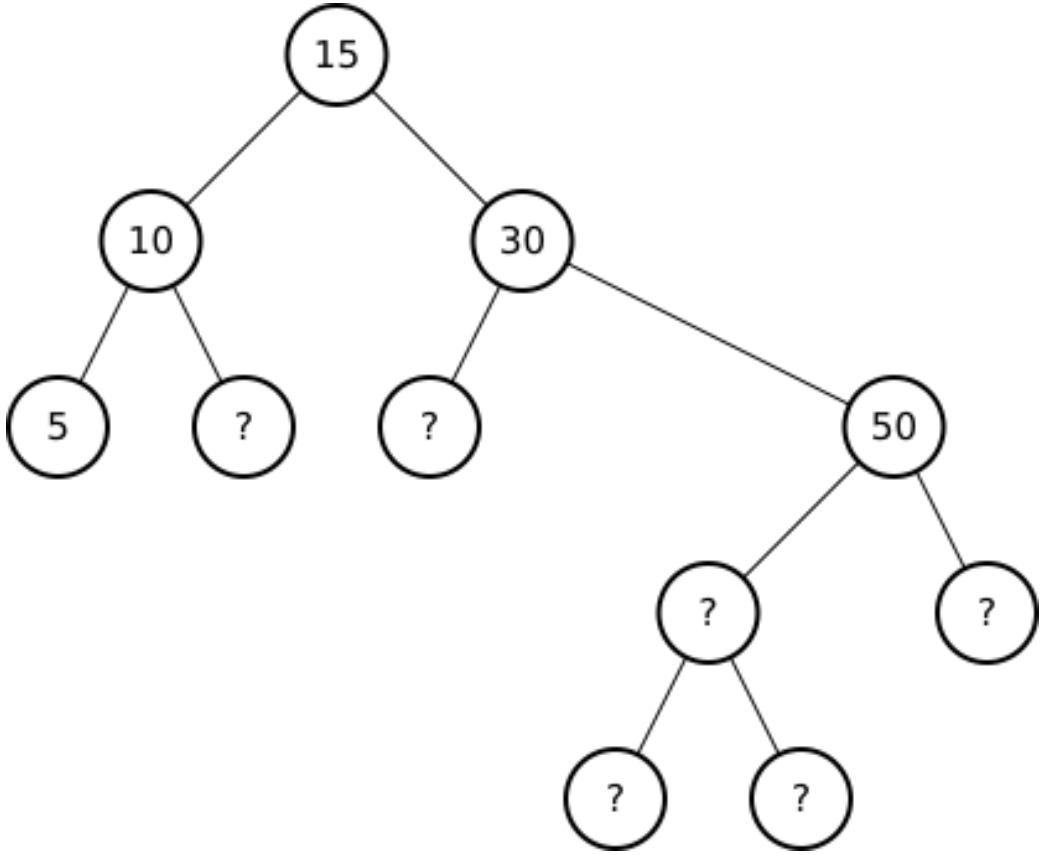
- Un arbre binaire *a* est appelé Arbre Binaire de Recherche (ABR) si et seulement si :
  - les valeurs du sous-arbre de gauche sont < racine(a)
  - les valeurs du sous-arbre de droite sont > racine(a)
  - tout sous-arbre de *a* est un ABR



- Remarque : selon la mise en œuvre de l'ABR, on interdit ou non des nœuds contenant des éléments de valeur égale.
  On travaillera dans notre cours avec des arbres à éléments uniques.

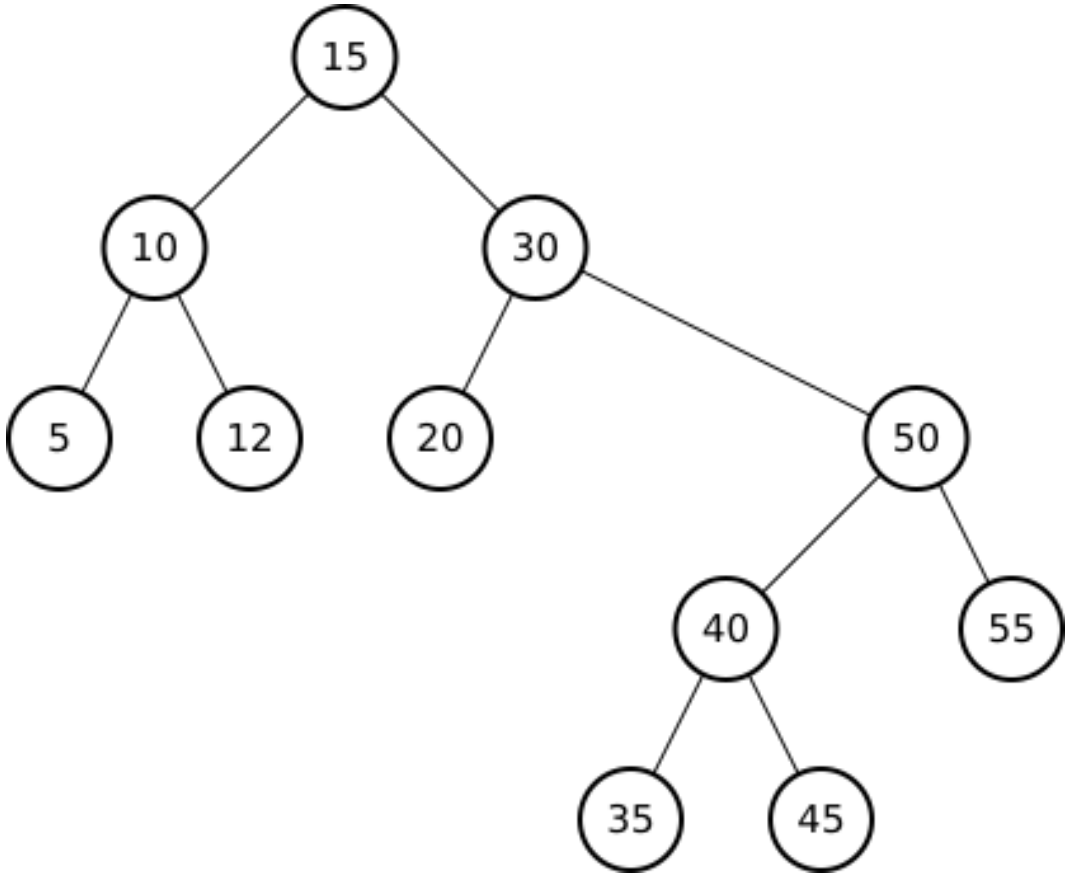
ABR : définition

- Compléter cet arbre :



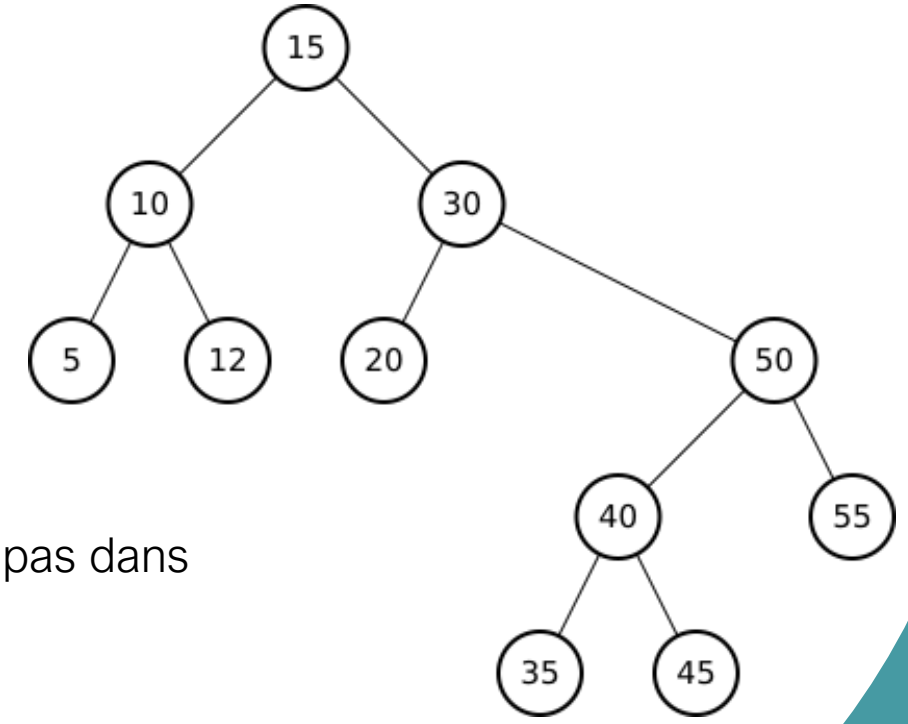
ABR : définition

- Compléter cet arbre : une possibilité



ABR : opération de recherche

- Les ABR facilitent grandement les opérations de recherche : on sait quel sous-arbre explorer en fonction de la valeur du nœud sur lequel on se trouve.

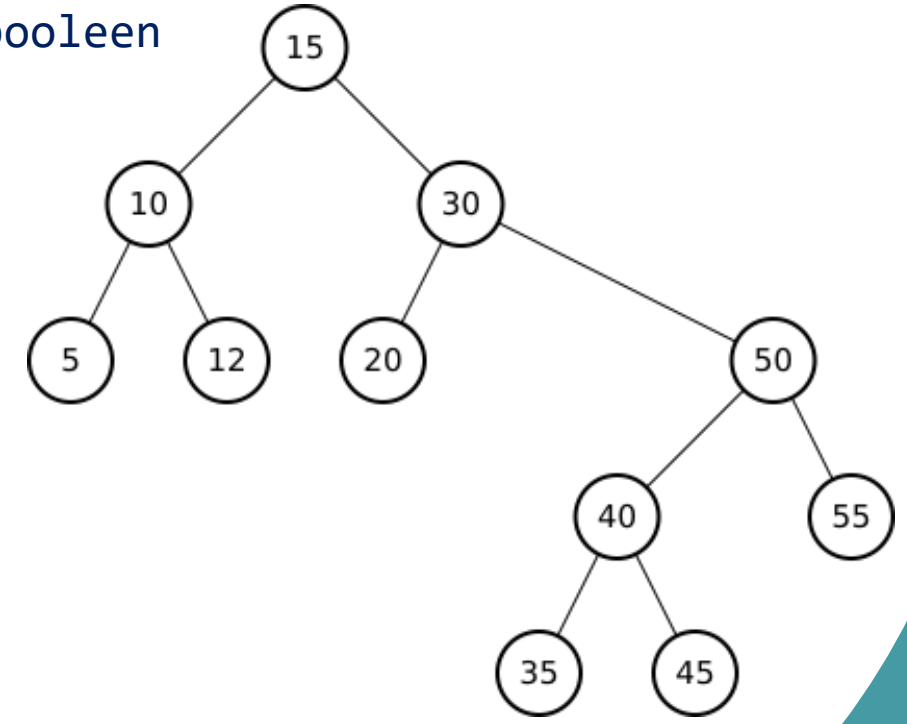


- Principe:
  - Comparaison avec la racine du nœud :
    - s'il est inférieur, recherche dans le sous-arbre gauche
    - s'il est supérieur, recherche dans le sous-arbre droit
  - Fin lorsque :
    - racine égale à la valeur cherchée
    - le sous-arbre gauche (ou droit) n'existe pas : la valeur n'est pas dans l'arbre

ABR : opération de recherche

- Algorithme

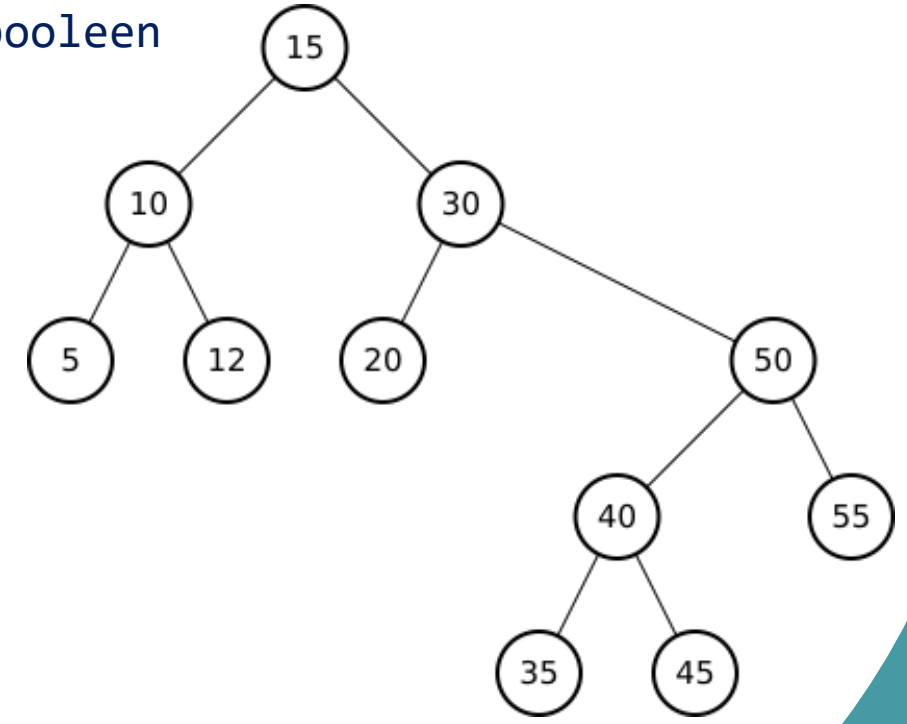
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          ???
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          ???
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          ???
    SINON
          ???
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme

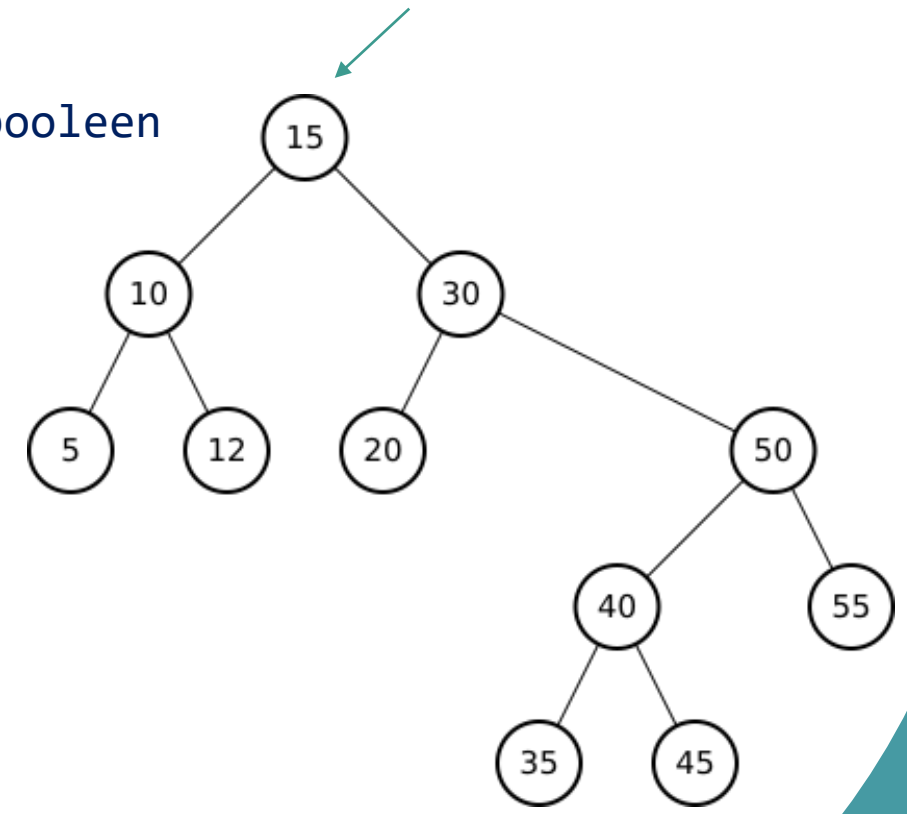
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,40)

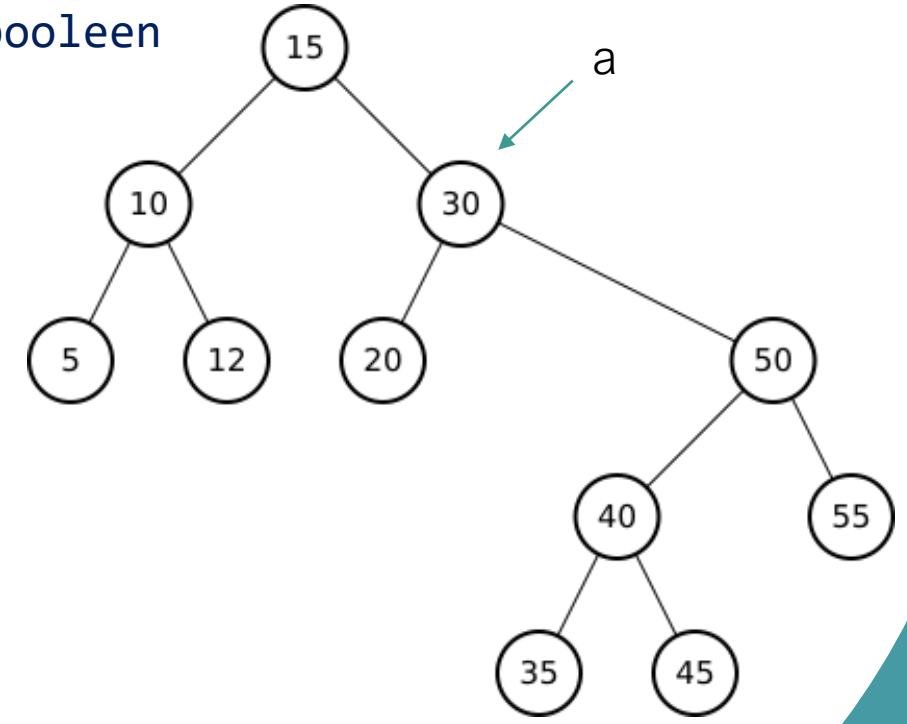
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,40)

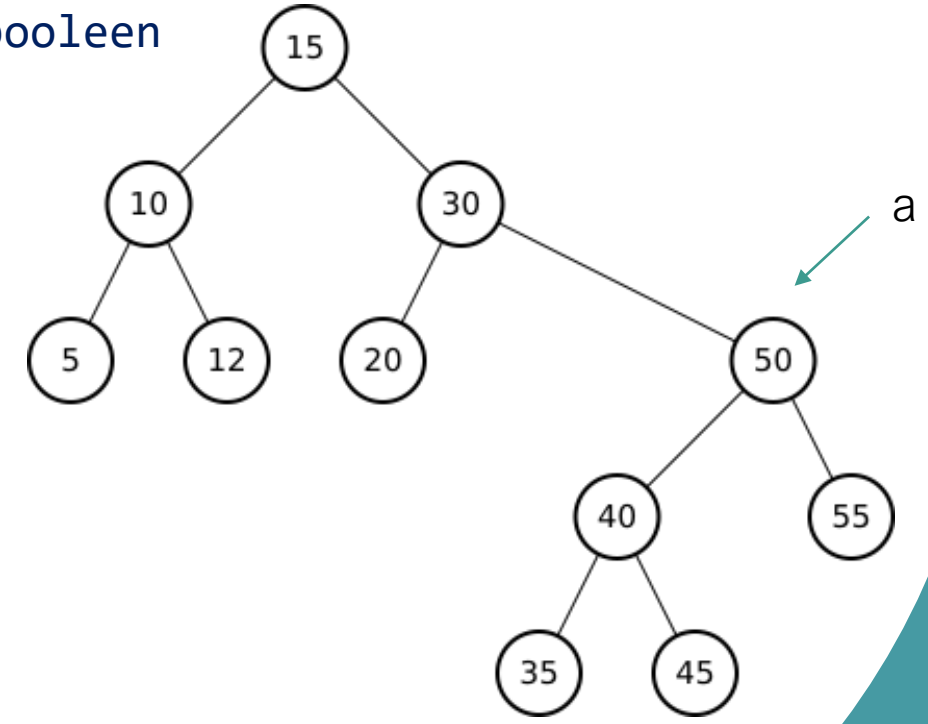
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,40)

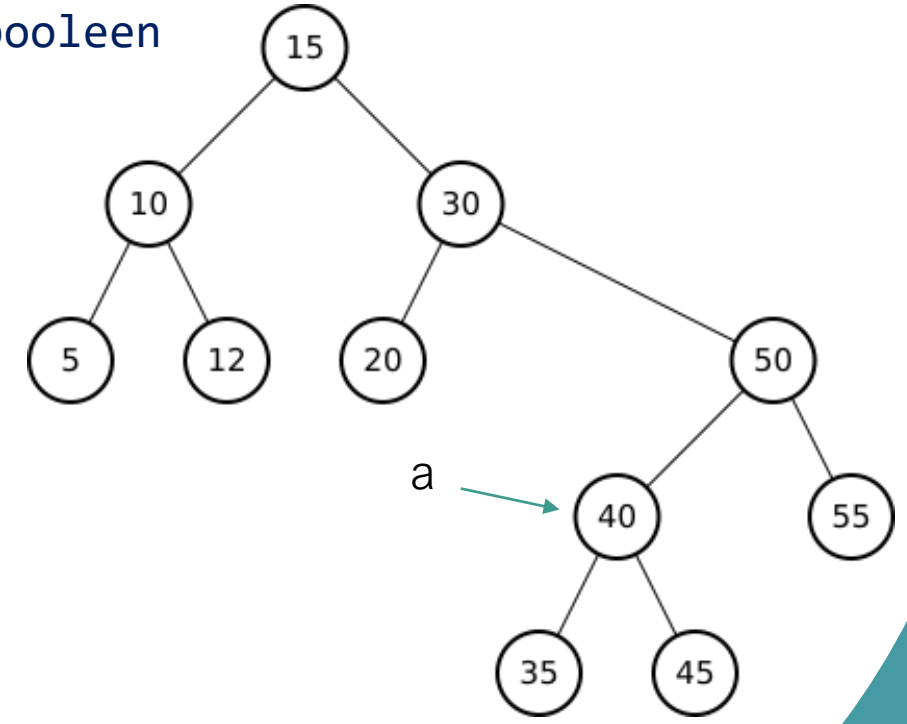
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,40)

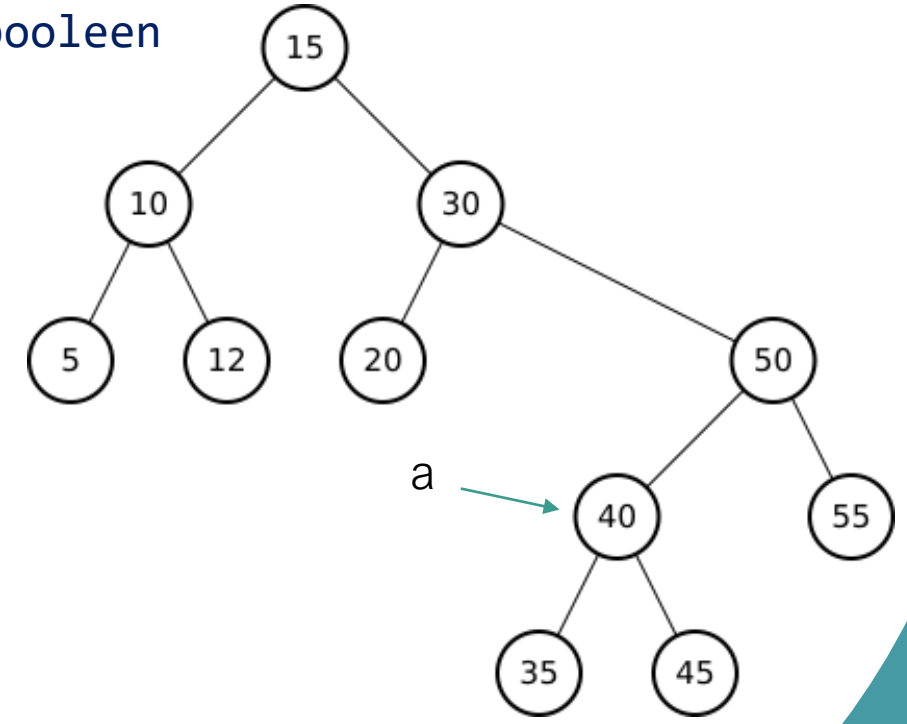
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,40)

```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```

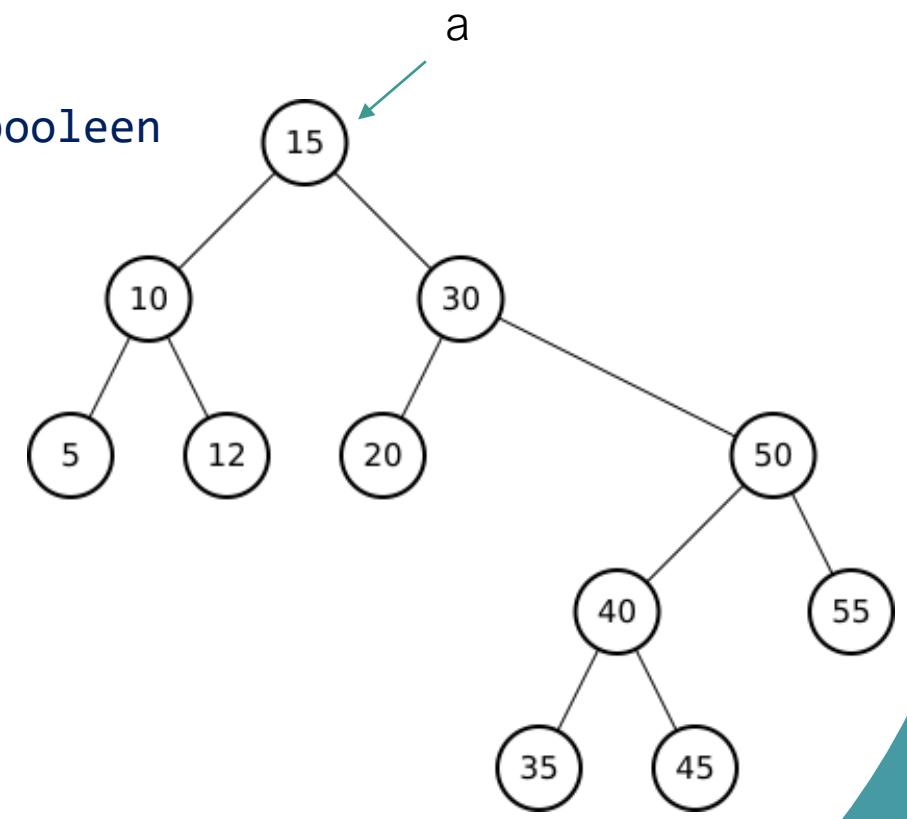


=> La fonction va retourner VRAI.

ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,14)

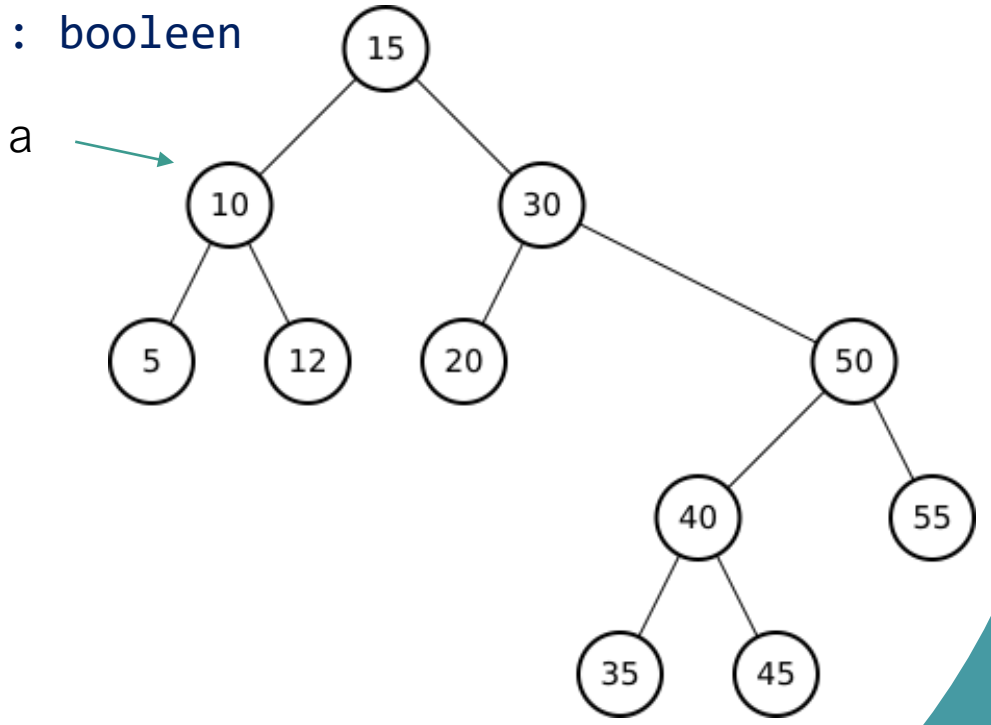
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,14)

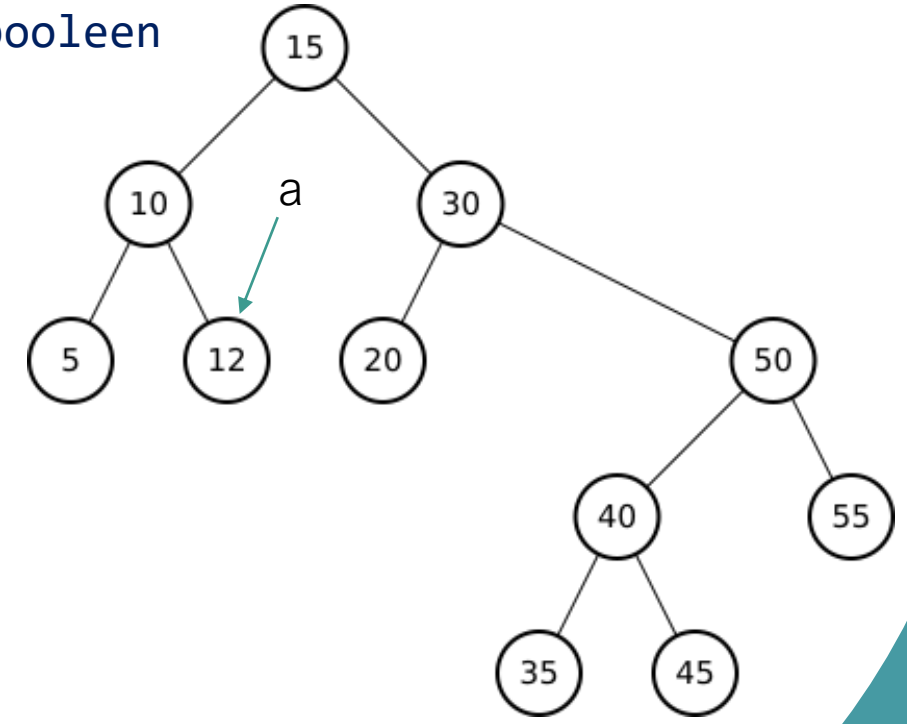
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,14)

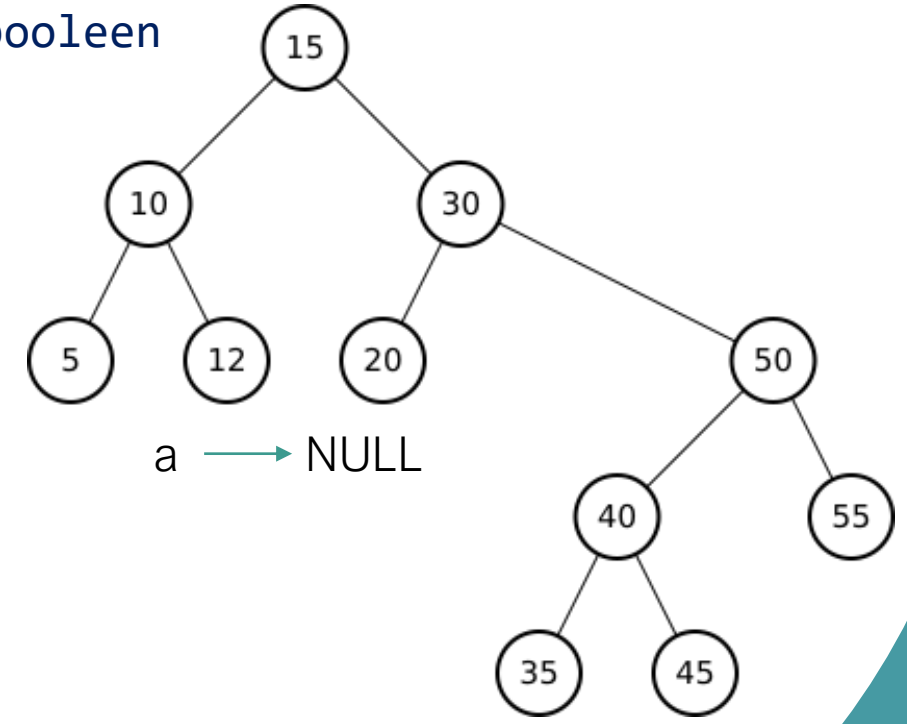
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



ABR : opération de recherche

- Algorithme : exemple : recherche (a,14)

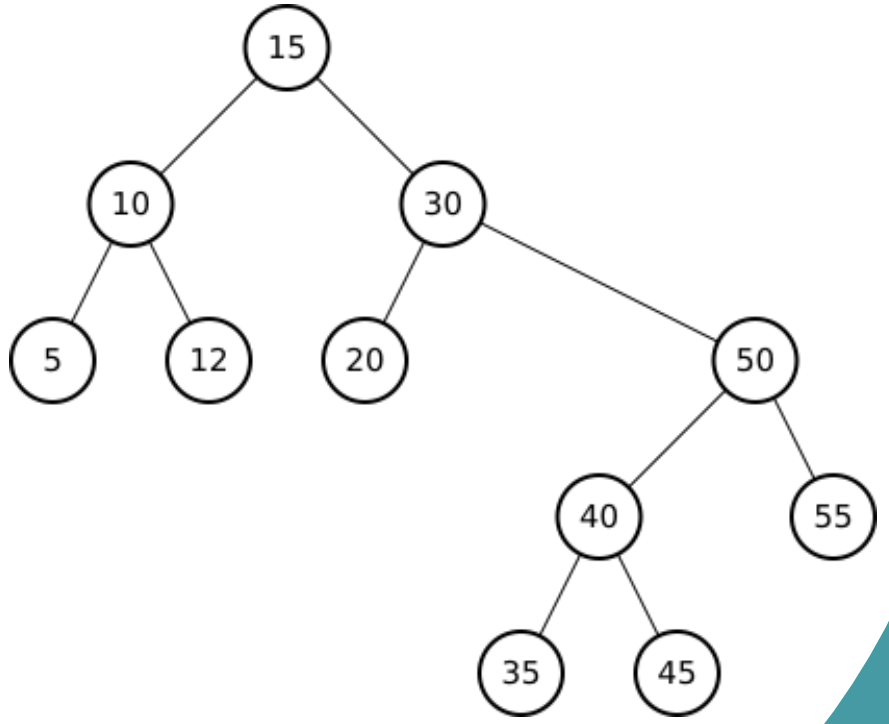
```
FONCTION recherche(a: pointeur sur Arbre, e: Element) : booleen
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER FAUX
    SINON SI (element(a) EST EGAL A e) Alors
          RETOURNER VRAI
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          RETOURNER recherche(fg(a),e)
    SINON
          RETOURNER recherche(fd(a),e)
    FIN SI
Fin
```



=> La fonction va retourner FAUX

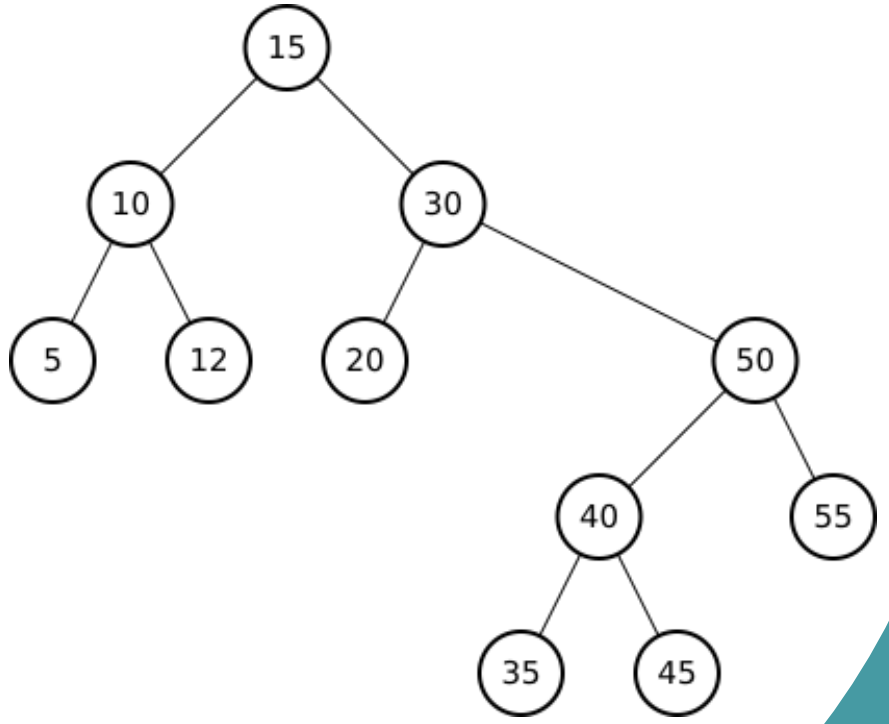
ABR : opération de recherche

- Compléxité :
  - Meilleur des cas :
  - Pire cas :
  - Cas moyen :



ABR : opération de recherche

- Compléxité :
  - Meilleur des cas : élément trouvé de suite : O(1)
  - Pire cas : Tous les éléments à parcourir : O(n)
    (question : a quoi ressemble l'arbre dans ce cas?)
  - Cas moyen : $O(log_2(n))$



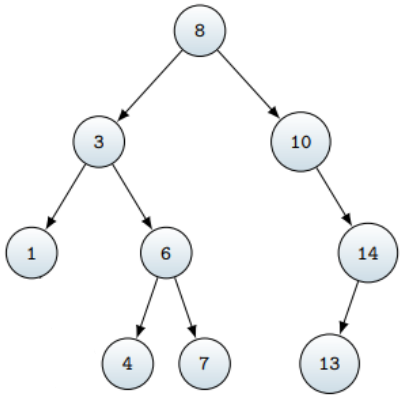
ABR : opération d'insertion

- L'insertion d'un nouvel élément dans l'arbre doit respecter les règles de l'ABR : il ne peut pas être inséré n'importe où.

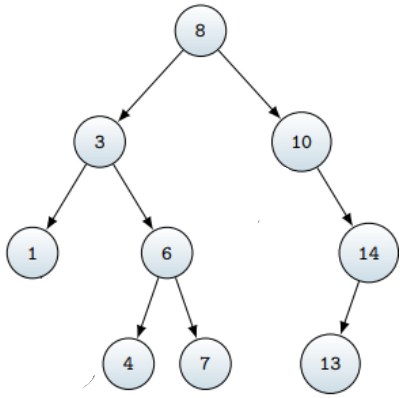
- Principe:

On ajoute un nouvel élément en feuille, en respectant les propriétés d'un ABR :

- L' élément est déjà dans l'arbre, pas d'ajout
- On descend au bout de l'unique branche pour rajouter l'élément



Ajout de l'élément 2



Ajout de l'élément 9

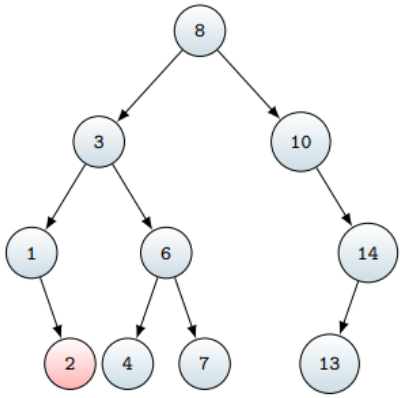
ABR : opération d'insertion

- L'insertion d'un nouvel élément dans l'arbre doit respecter les règles de l'ABR : il ne peut pas être inséré n'importe où.

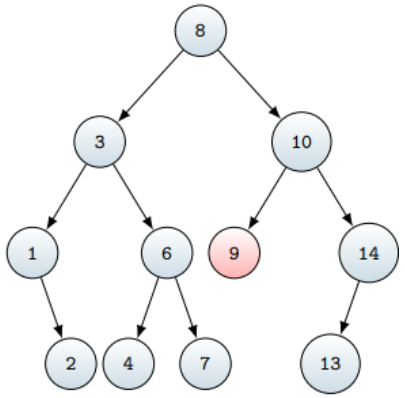
- Principe:

On ajoute un nouvel élément en feuille, en respectant les propriétés d'un ABR :

- L' élément est déjà dans l'arbre, pas d'ajout
- On descend au bout de l'unique branche pour rajouter l'élément



Ajout de l'élément 2

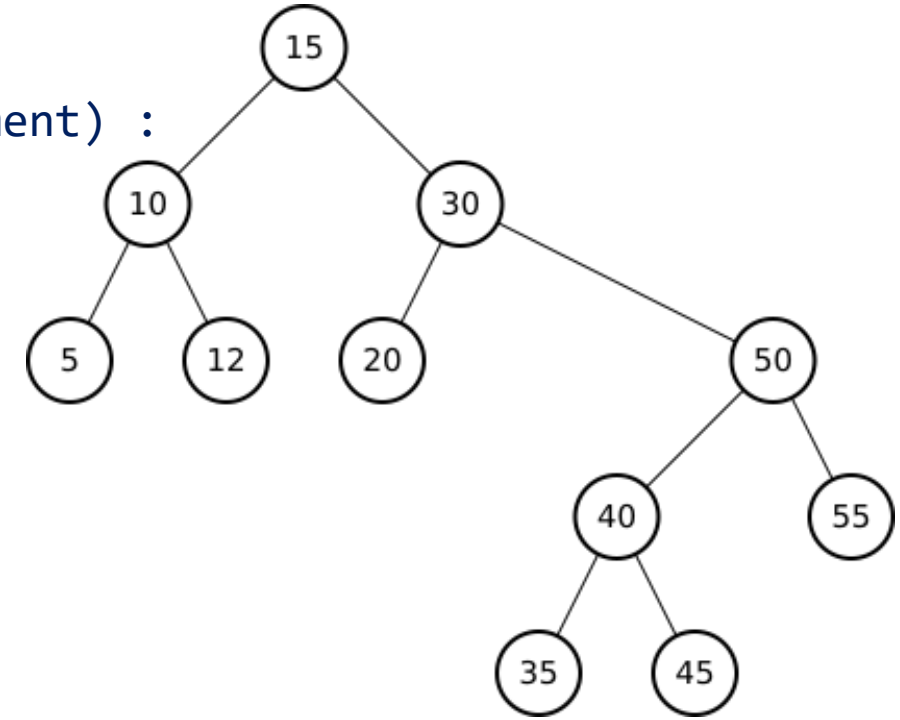


Ajout de l'élément 9

ABR : opération d'insertion

- Algorithme :

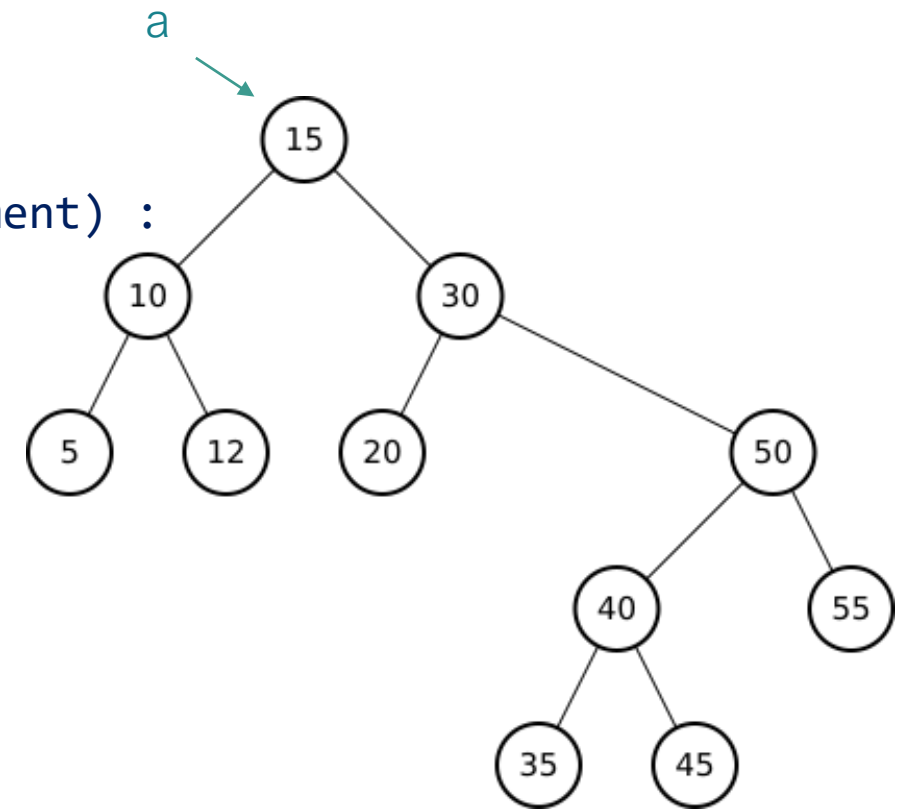
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

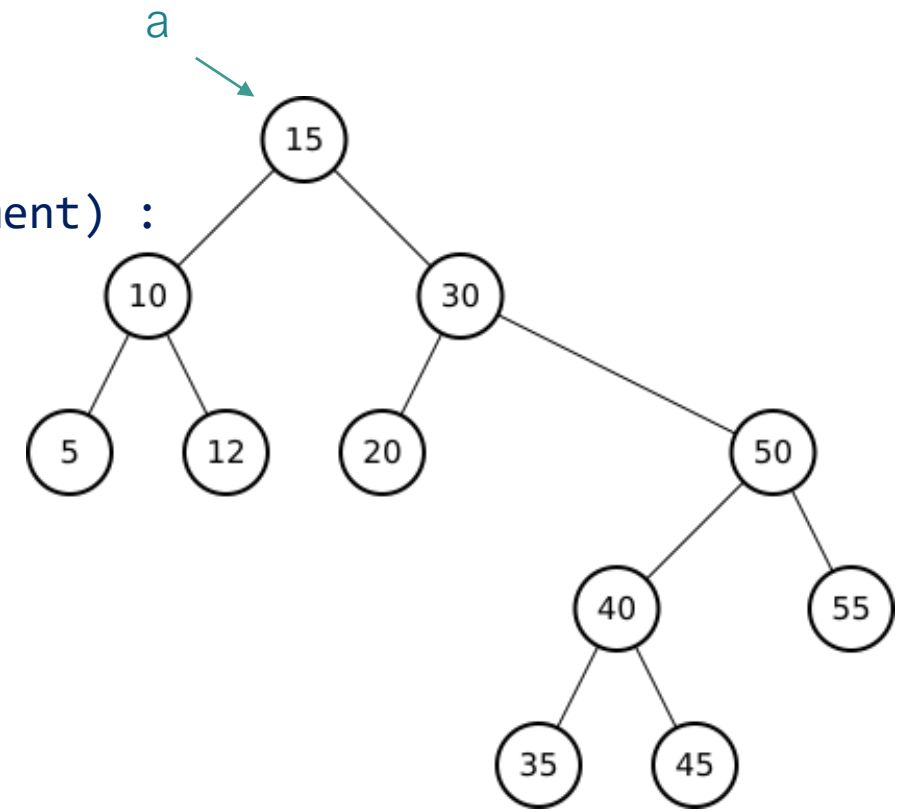
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

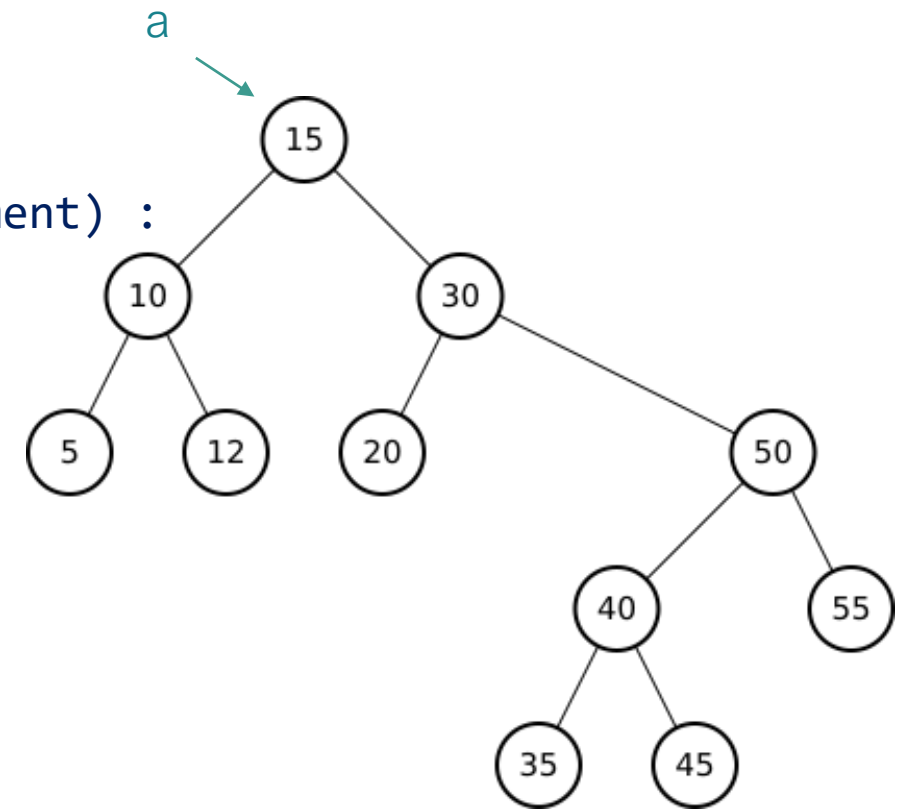
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
➡ SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
        RETOURNER creerArbre(e)
   SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
        fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
   SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
         fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
   FIN SI
   RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

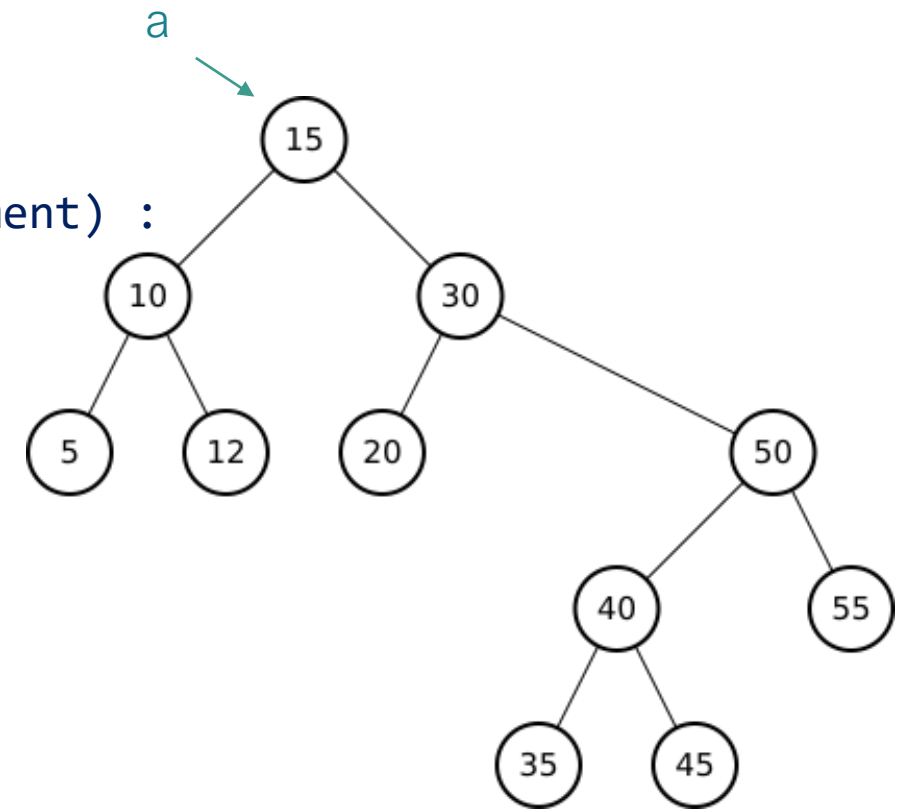
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

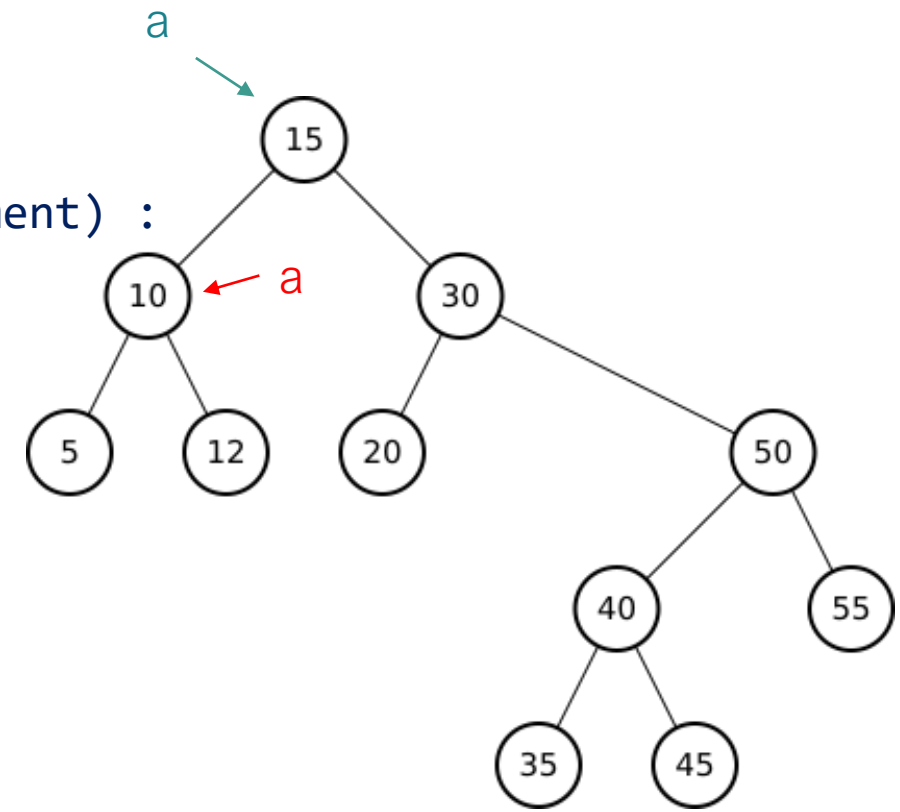
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
       ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

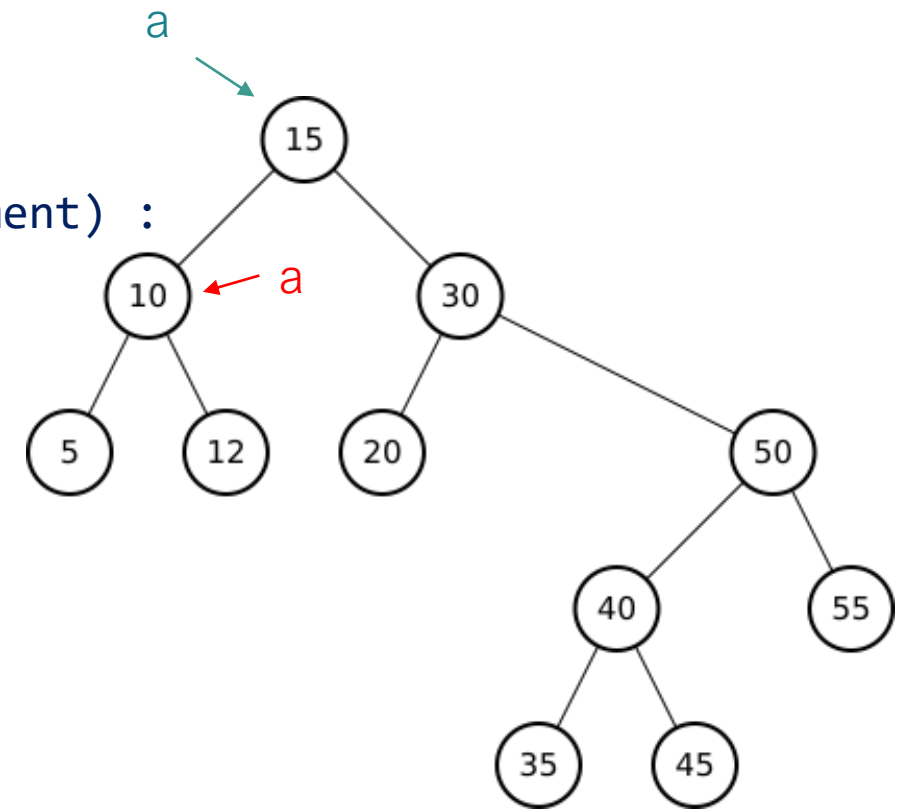
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
          fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

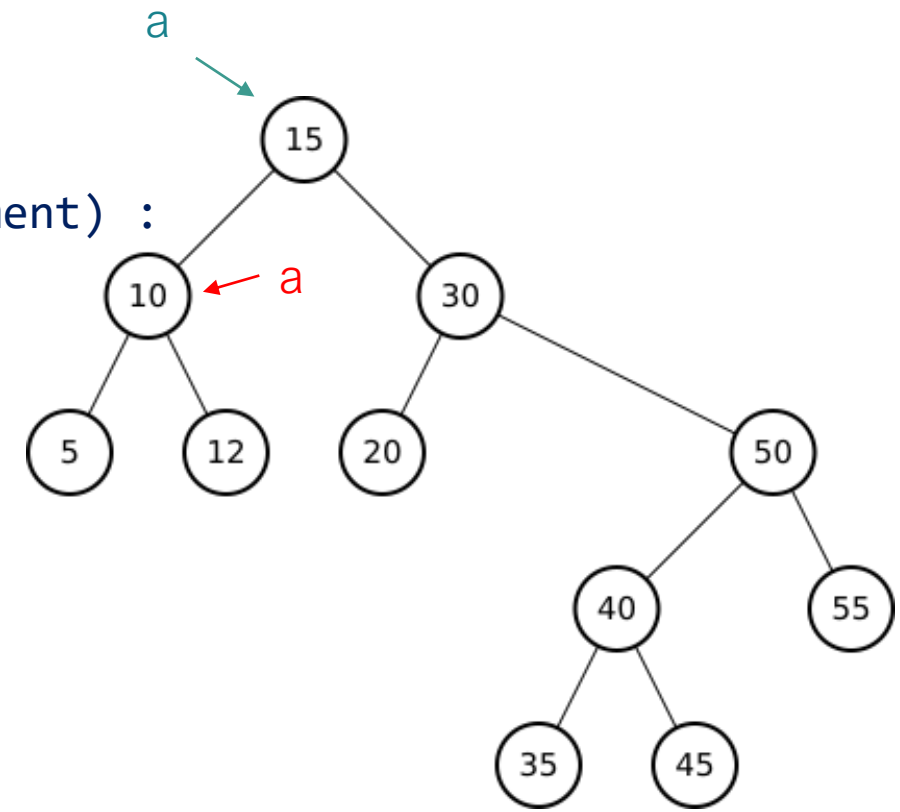
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
➡ SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
        RETOURNER creerArbre(e)
   SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
      ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
   SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
         fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
   FIN SI
   RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

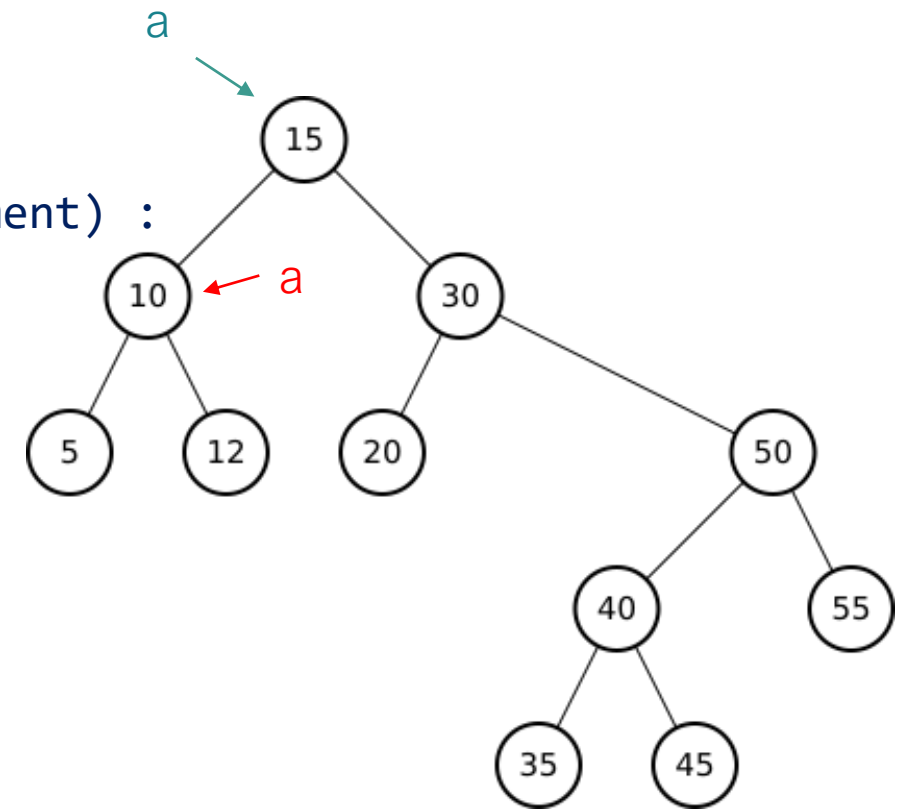
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
          fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

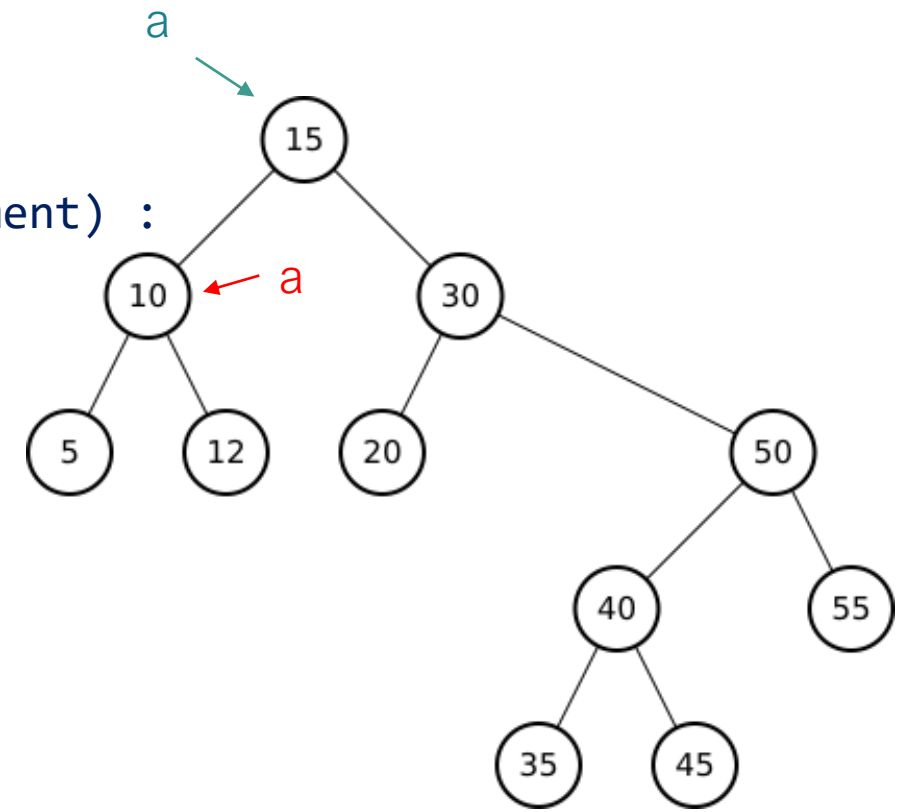
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
        ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
➡   SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
          fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

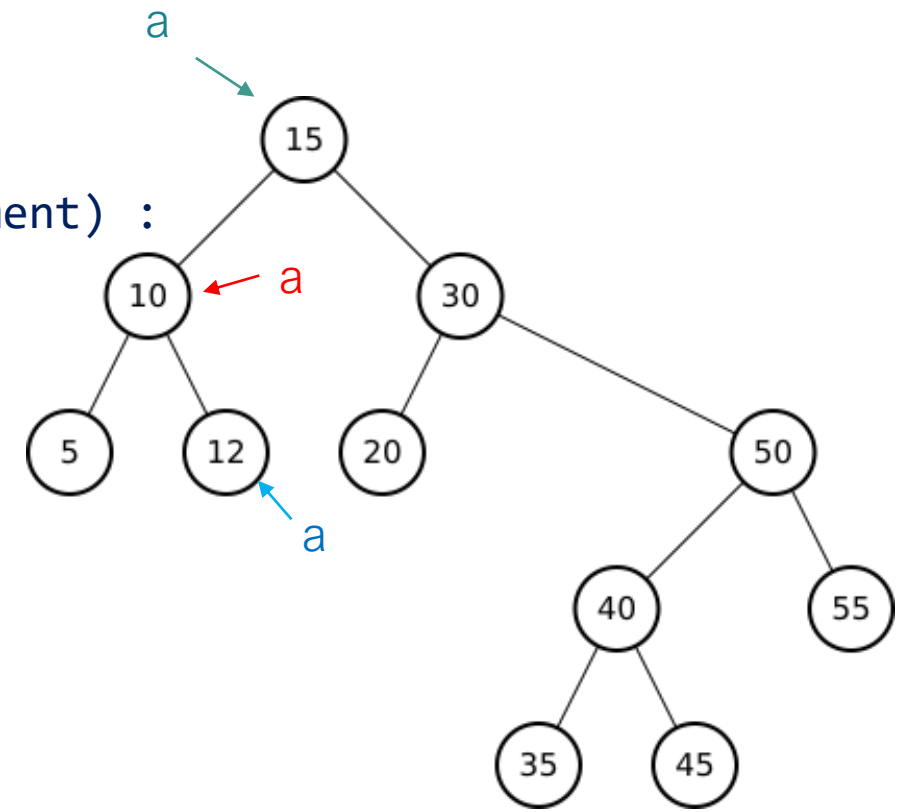
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
       ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

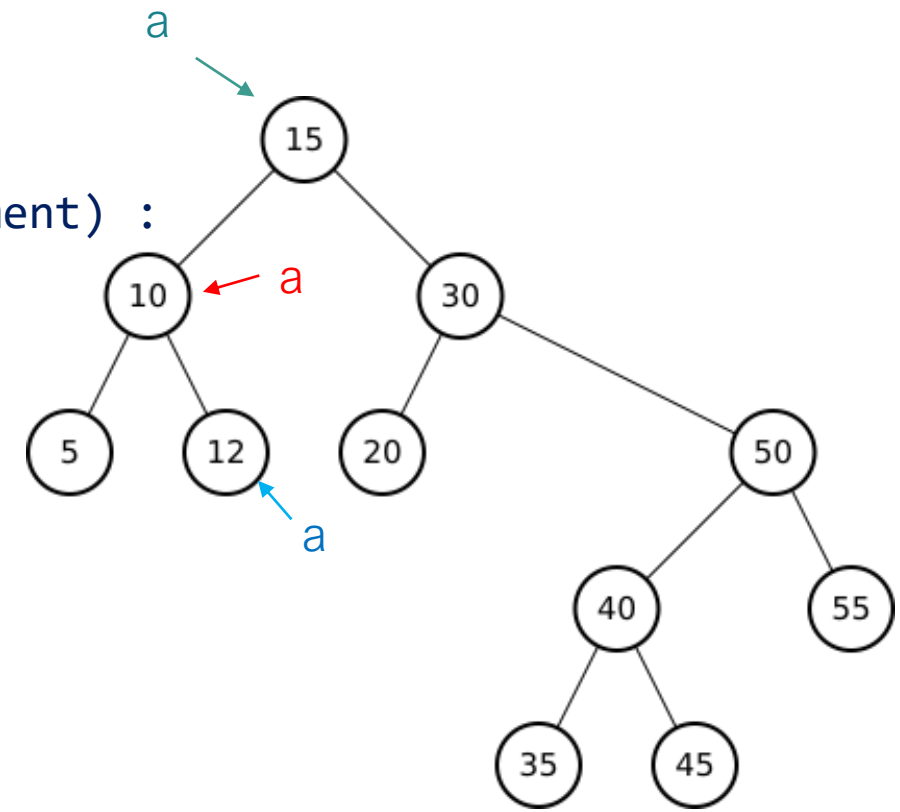
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
        fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
        fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

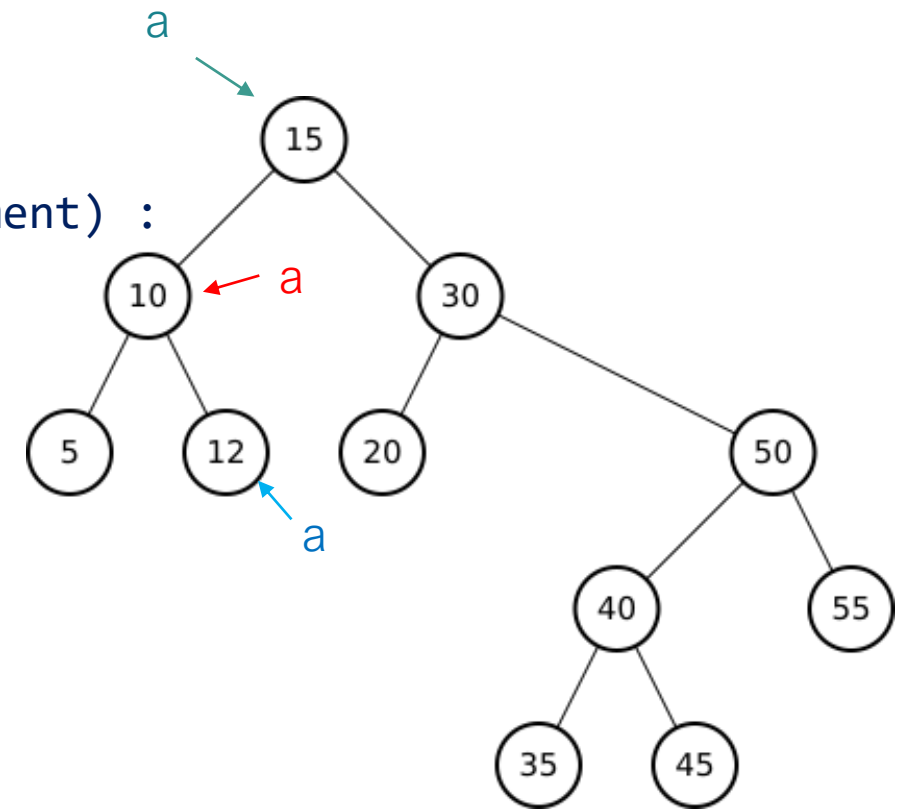
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
 ➡ SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
        RETOURNER creerArbre(e)
   SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
      ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
   SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
      ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
   FIN SI
   RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

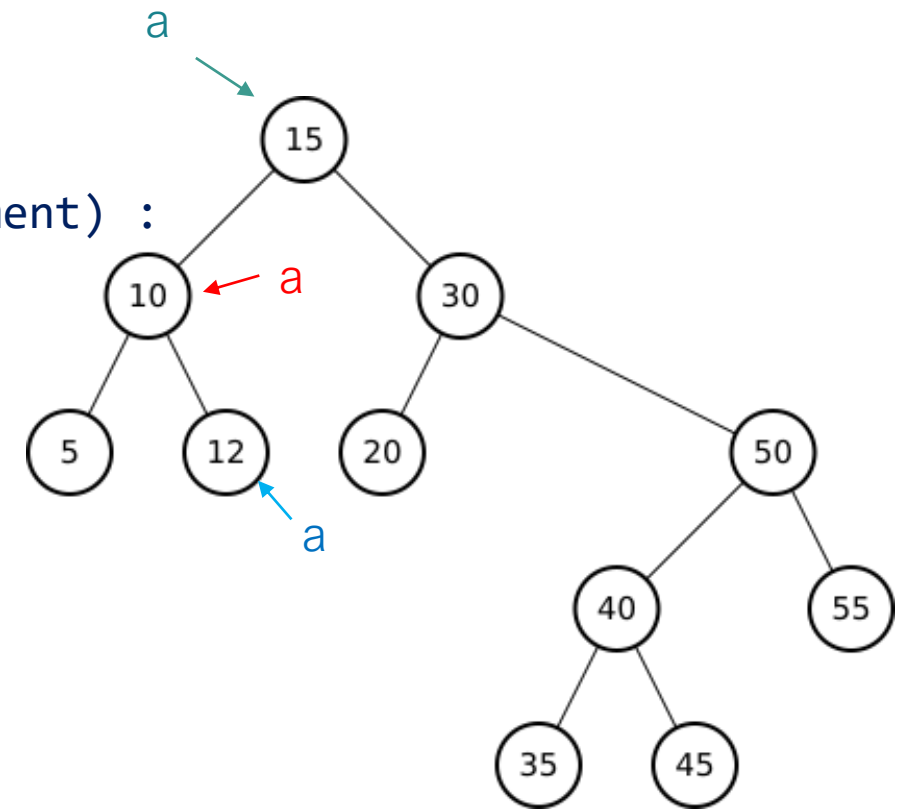
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
          fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

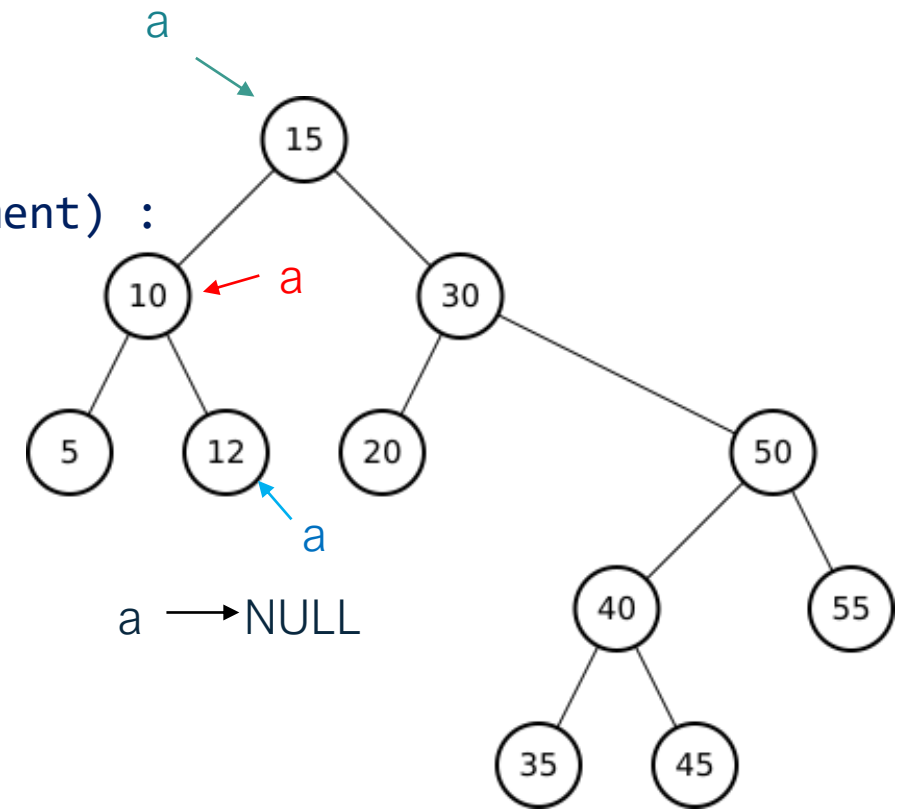
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
    ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

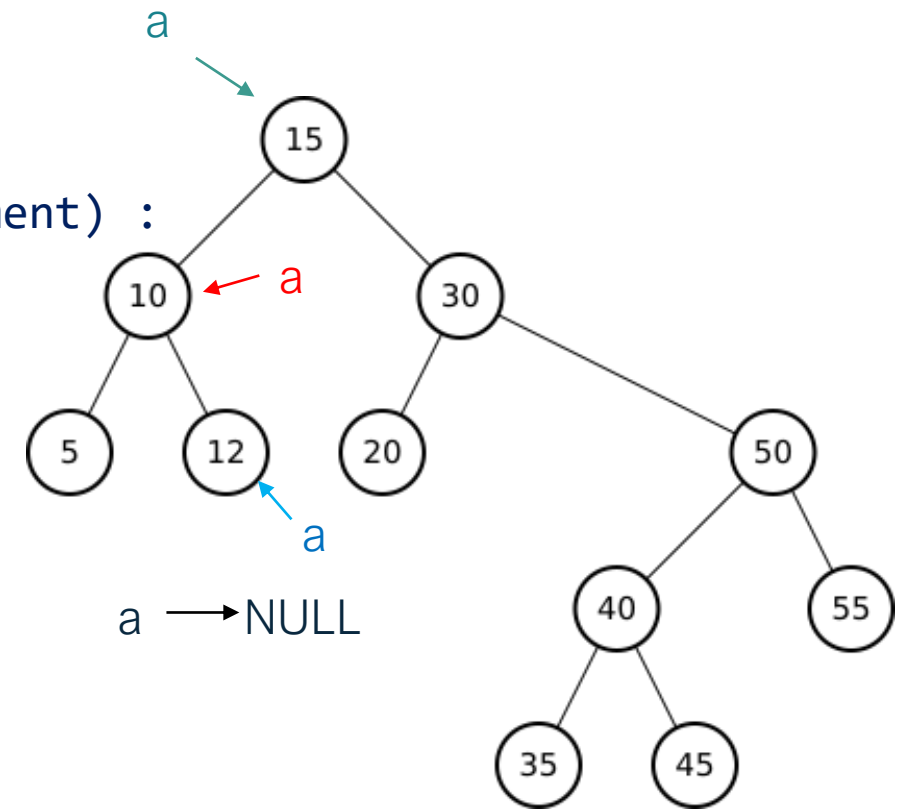
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
    ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

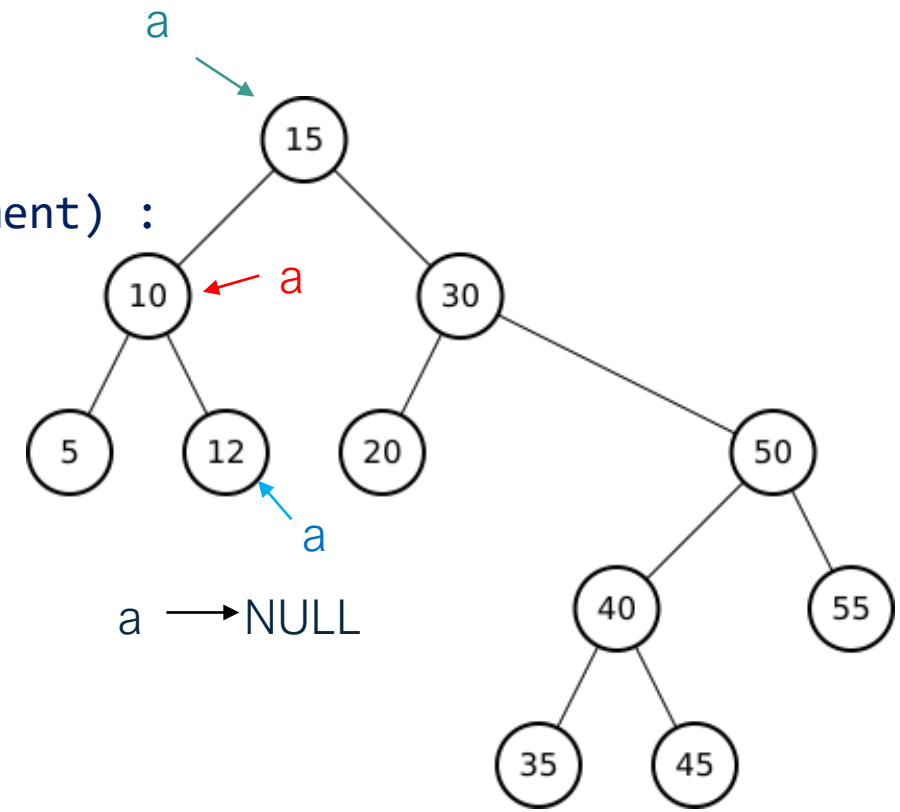
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
➡ SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
        RETOURNER creerArbre(e)
   SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
   ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
   SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
      ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
   FIN SI
   RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

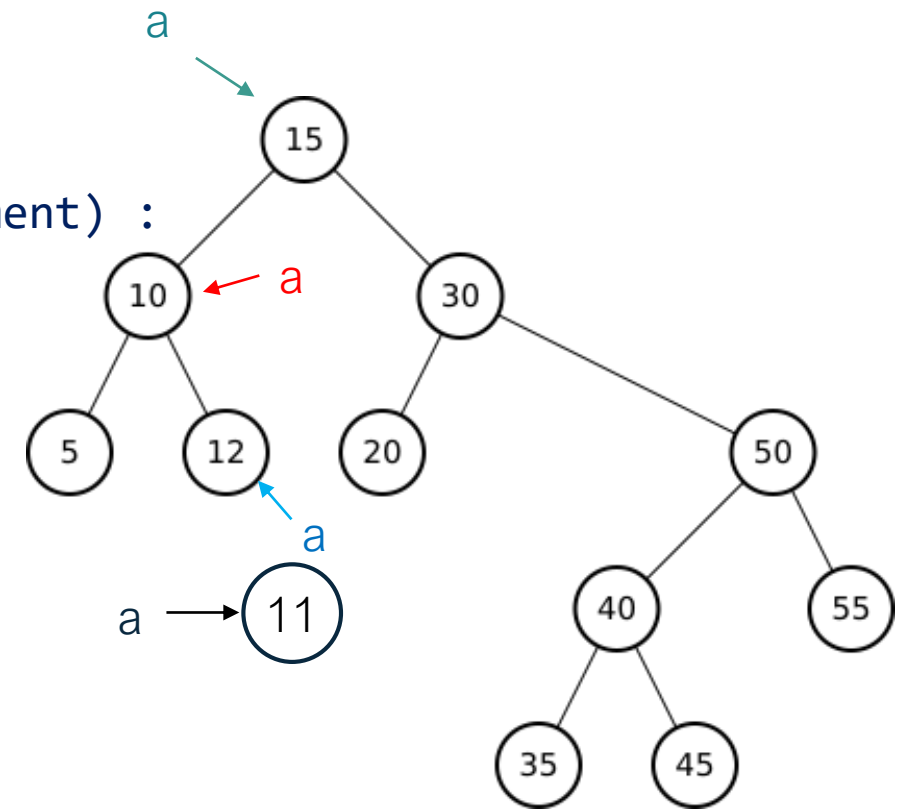
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
      ➡ RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
    ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

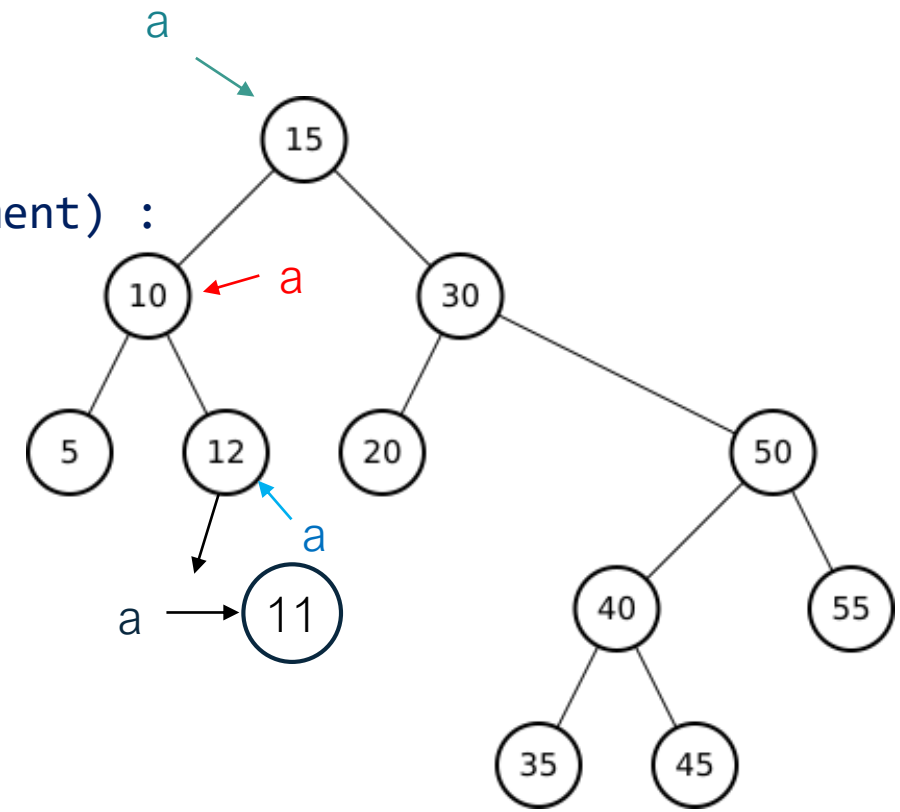
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
       ➡ RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
    ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

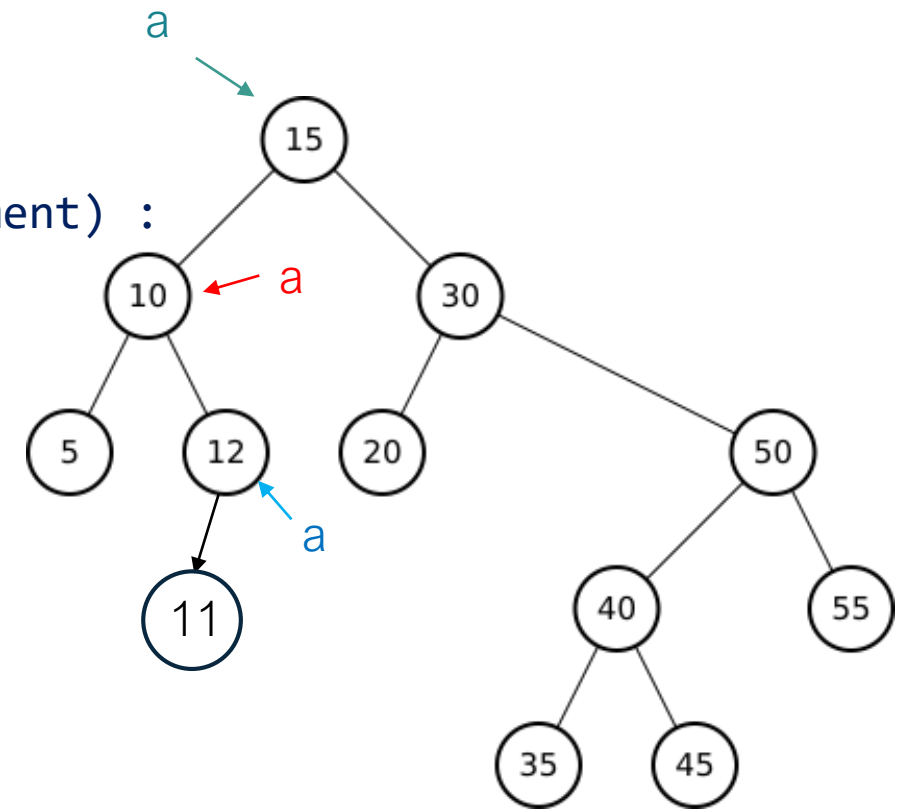
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
    ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
➡ RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

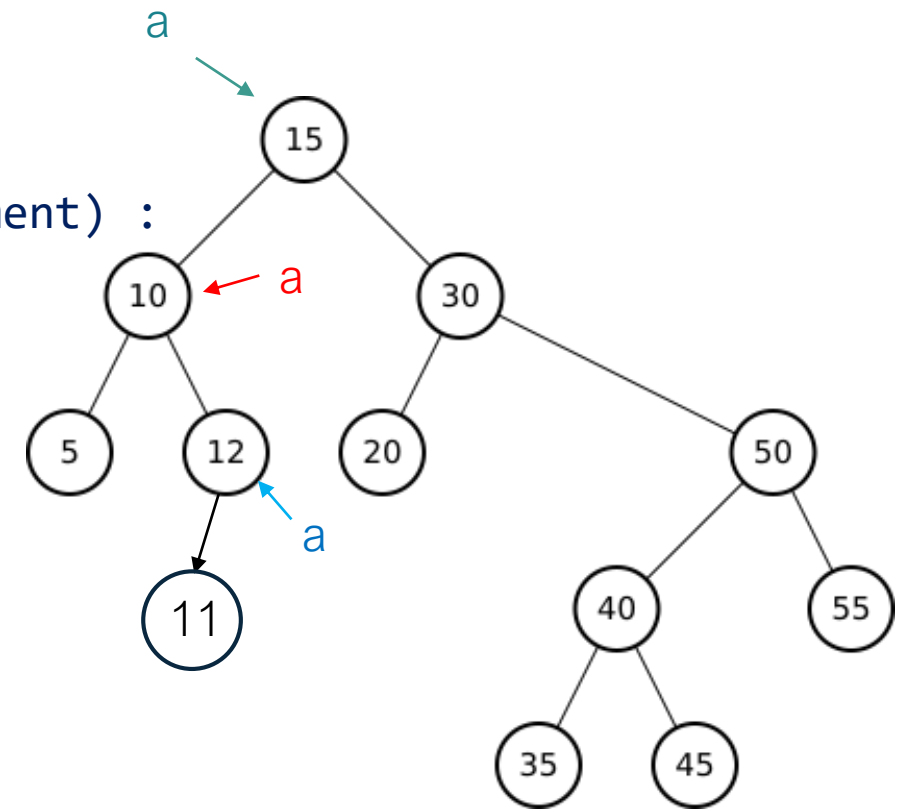
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
    ➡➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

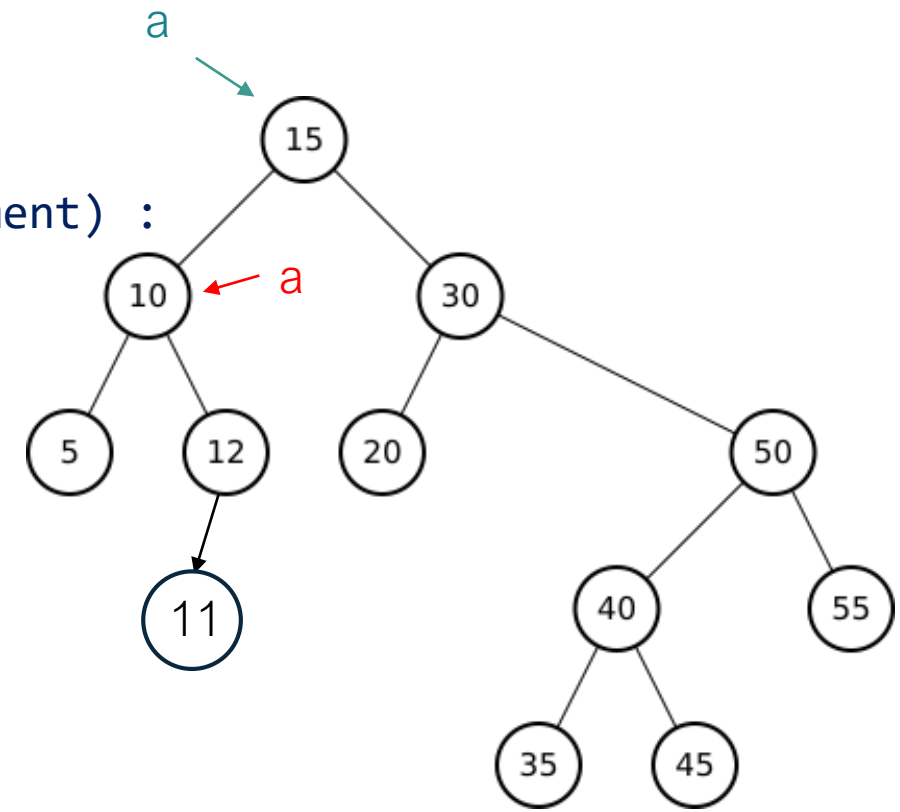
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
       ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
 ➡ RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

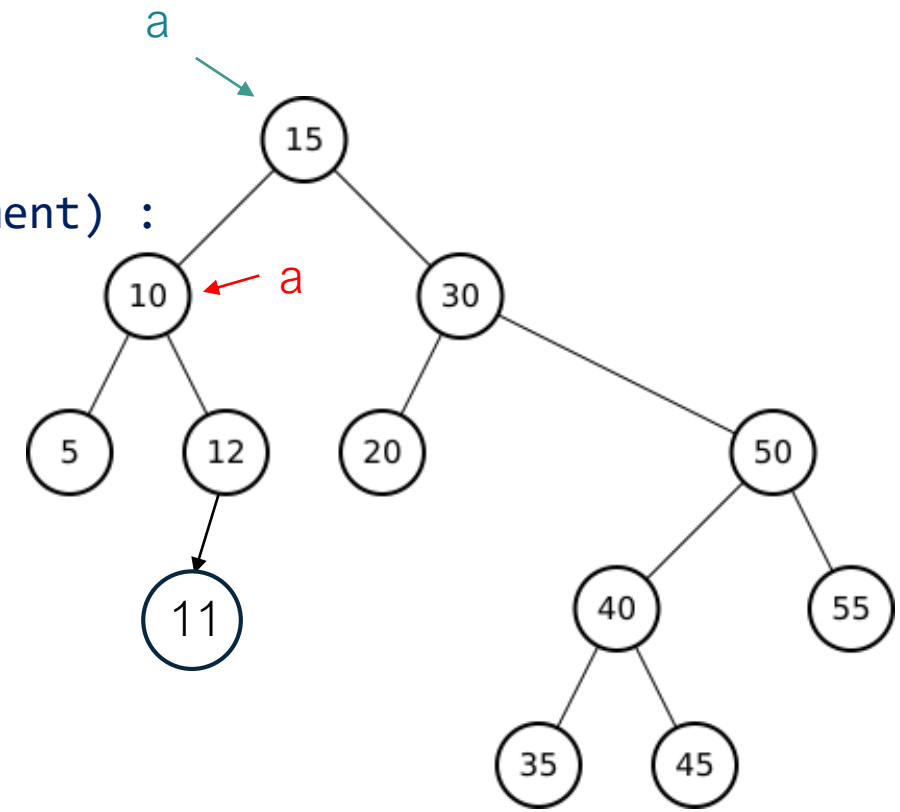
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
       ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
       ➡  fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

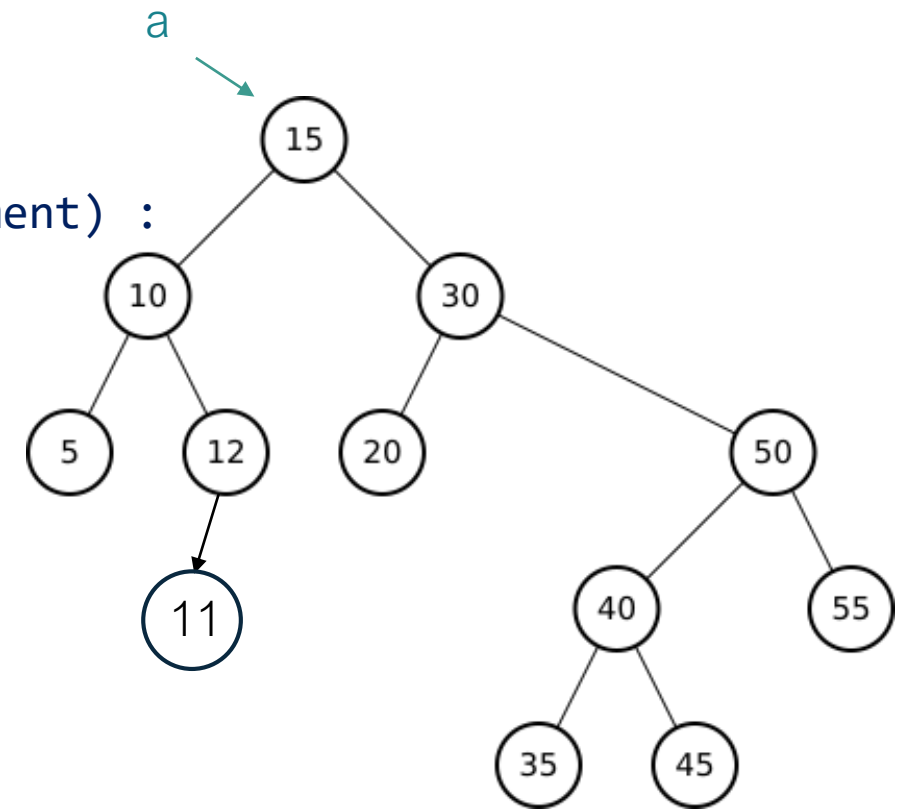
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
       ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
          fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
  ➡ RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

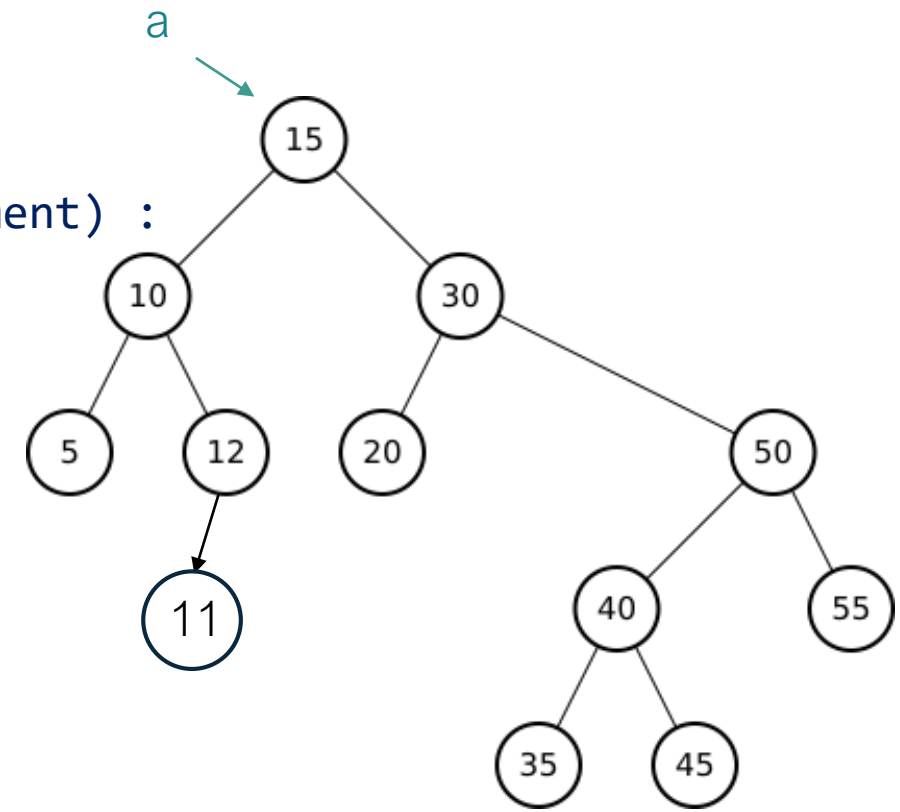
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
       ➡ fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

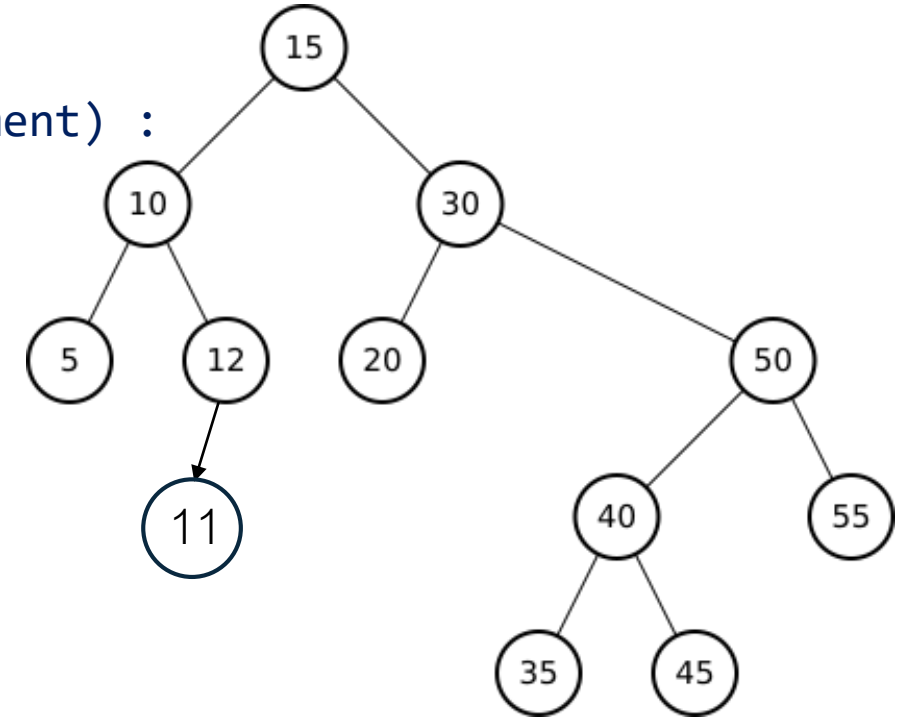
```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
➡   RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération d'insertion

- Algorithme : Exemple : insertionABR(a, 11)

```
FONCTION insertionABR(a: pointeur sur Arbre, e: Element) :
pointeur sur Arbre
DEBUT
    SI (a EST EGAL A NULL) ALORS
          RETOURNER creerArbre(e)
    SINON SI (e EST INF. STRICT. A element(a)) ALORS
          fg(a) ← insertionABR(fg(a), e)
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a)) Alors
           fd(a) ← insertionABR(fd(a), e)
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```

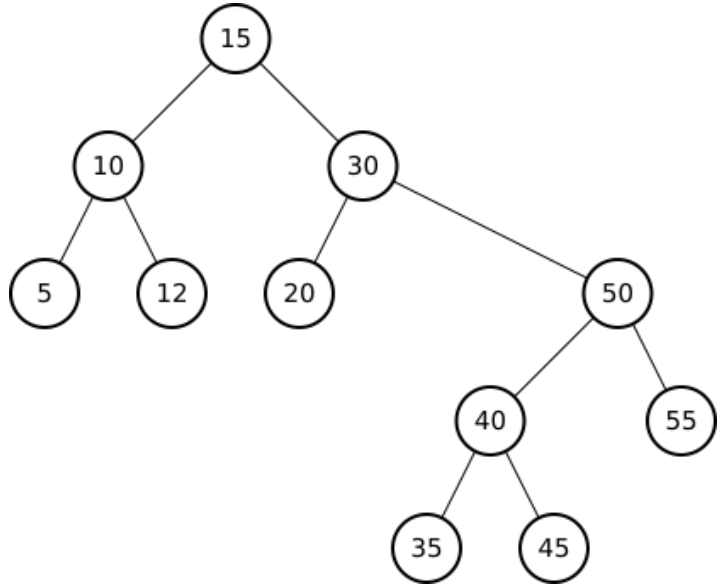


ABR : opération de suppression

- La suppression d'un nœud dans un arbre binaire consiste à supprimer uniquement le nœud ciblé : ses fils doivent rester dans l'arbre.

- Il faut maintenir la relation d'ordre imposée par l'ABR !

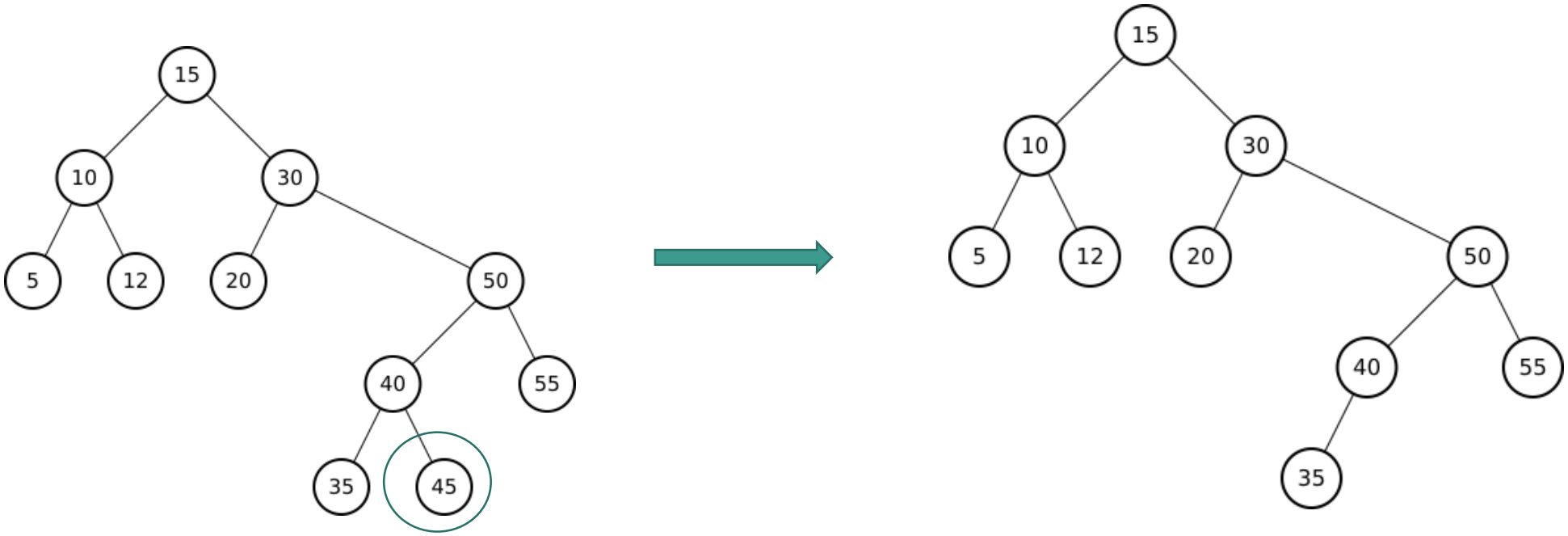
- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils



ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

- Aucune réorganisation de l'arbre est nécessaire :



ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

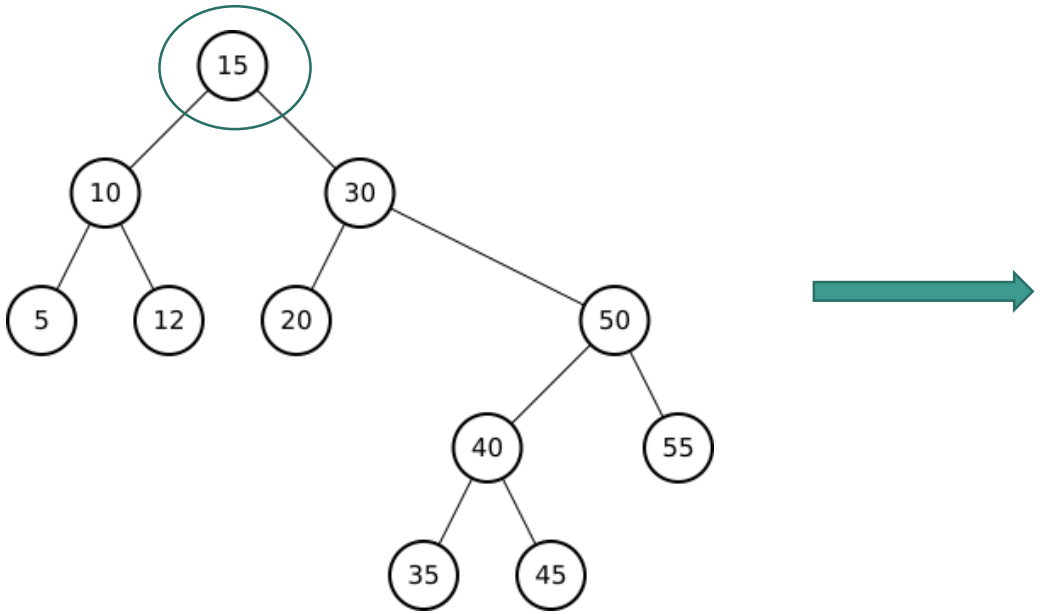
ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

- On remplace le nœud par son fils unique :

ABR : opération de suppression

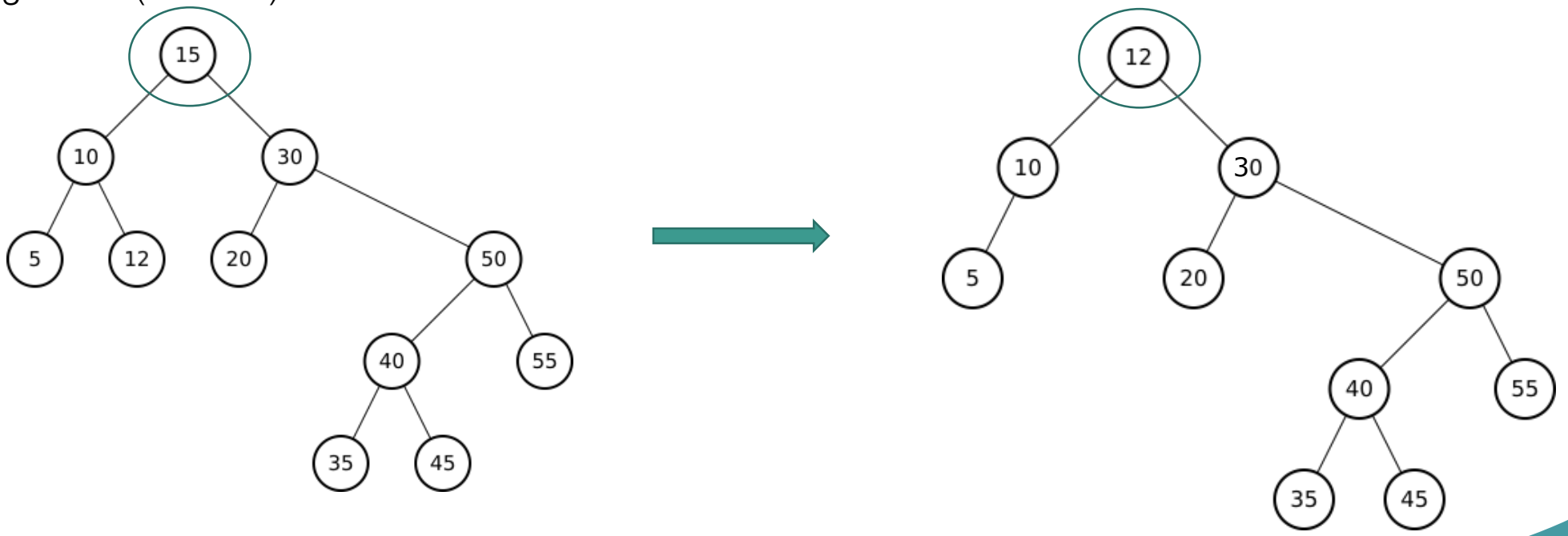
- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils



ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

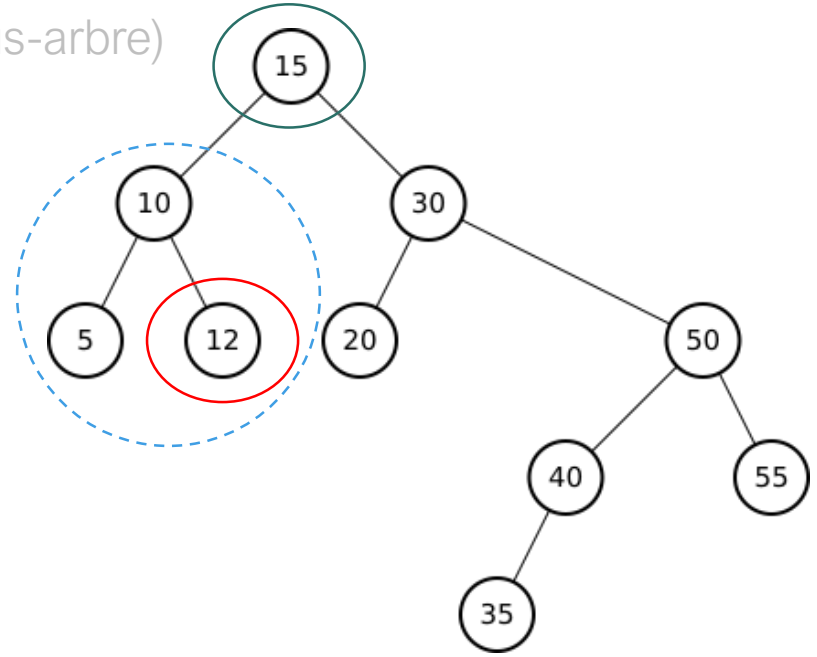
- On remplace le nœud par son prédécesseur (ou son successeur) en valeur, dans son sous-arbre gauche (ou droit)



ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

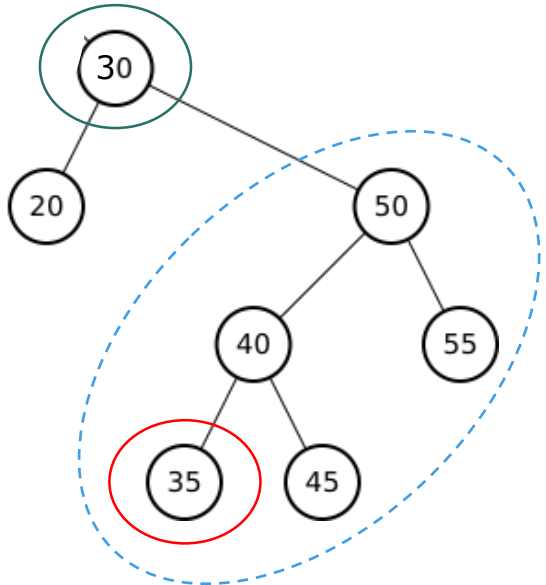
- On remplace le nœud par son prédécesseur (ou son successeur) dans son sous-arbre gauche (ou droit)
  - Version #1 : le prédécesseur dans le sous-arbre gauche est la feuille la plus à droite (plus grand élément du sous-arbre)
  - Version #2 : le successeur dans le sous-arbre droit est la feuille la plus à gauche (plus petit élément du sous-arbre)



ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

- On remplace le nœud par son prédécesseur (ou son successeur) dans son sous-arbre gauche (ou droit)
  - Version #1 : le prédécesseur dans le sous-arbre gauche est la feuille la plus à droite (plus grand élément du sous-arbre)
  - Version #2 : le successeur dans le sous-arbre droit est la feuille la plus à gauche (plus petit élément du sous-arbre)



ABR : opération de suppression

- Il y a plusieurs cas à considérer:
  - Suppression d'une feuille
  - Le nœud à supprimer a un fils
  - Le nœud à supprimer a deux fils

- On remplace le nœud par son prédécesseur (ou son successeur) dans son sous-arbre gauche (ou droit)
  - Version #1 : le prédécesseur dans le sous-arbre gauche est la feuille la plus à droite (plus grand élément du sous-arbre)
  - Version #2 : le successeur dans le sous-arbre droit est la feuille la plus à gauche (plus petit élément du sous-arbre)

- Principe :
  - On recherche le nœud à supprimer
  - S'il n'a pas de fils gauche, on le remplace par son fils droit (fils unique)
  - Sinon on cherche la plus grande valeur du sous-arbre gauche (valeur la plus à droite) et on échange sa valeur avec la valeur du nœud à supprimer.

ABR : opération de suppression

- Algorithme :

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) : pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     …
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```

ABR : opération de suppression

- Algorithme :

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) : pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     …
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```

ABR : opération de suppression

- Algorithme :

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) : pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```

ABR : opération de suppression

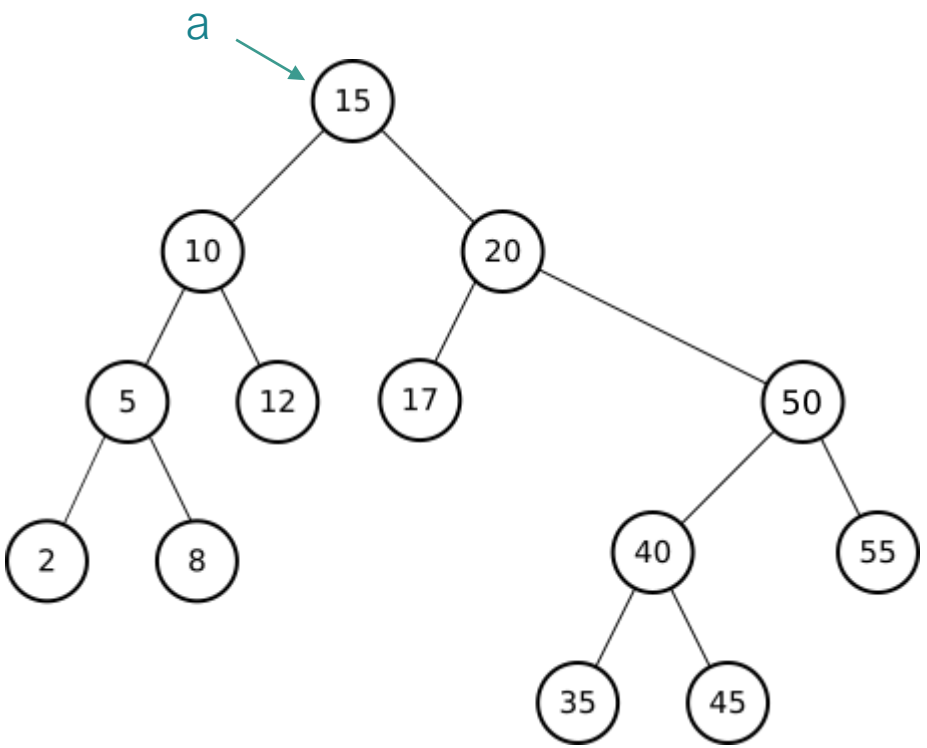
- Algorithme :

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) : pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```

```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) : ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
          fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```

ABR : opération de suppression

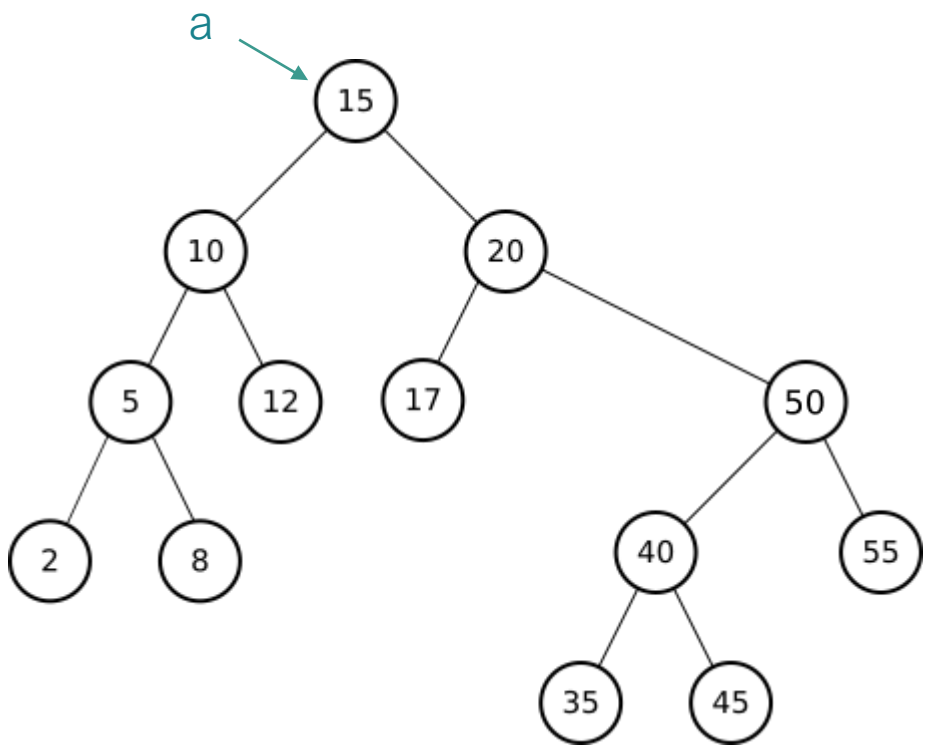
- Algorithme : suppression (a, 8)



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

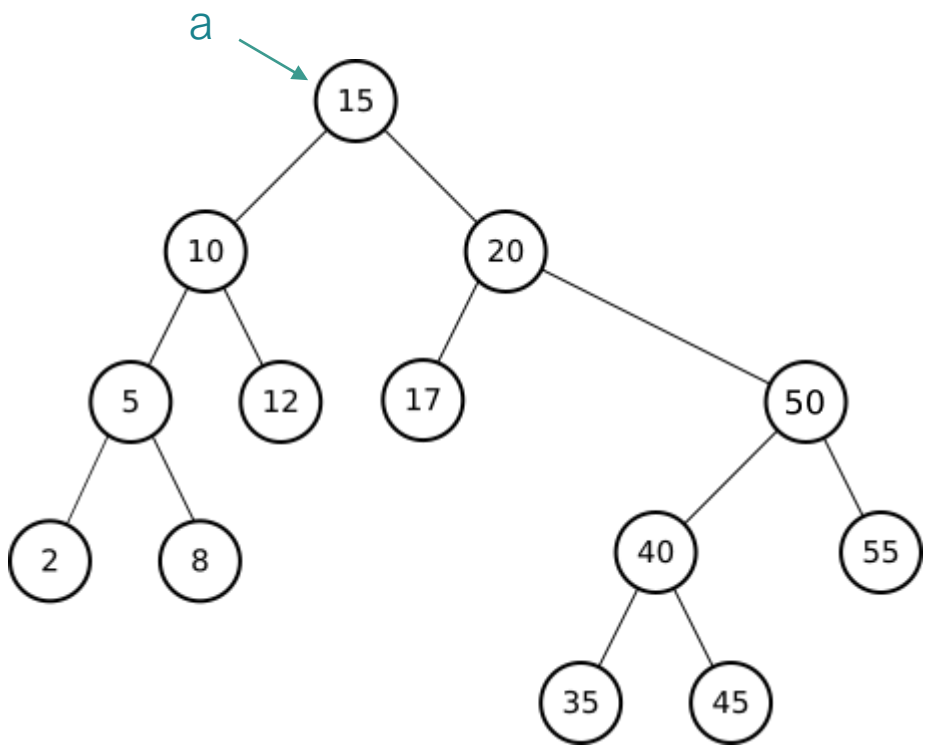
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

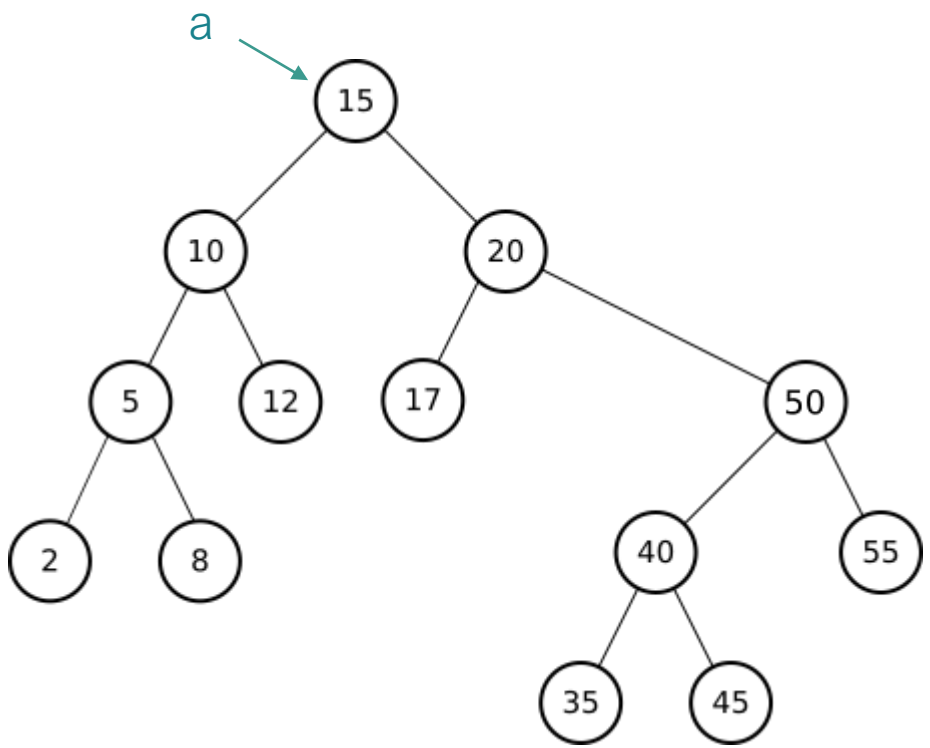
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

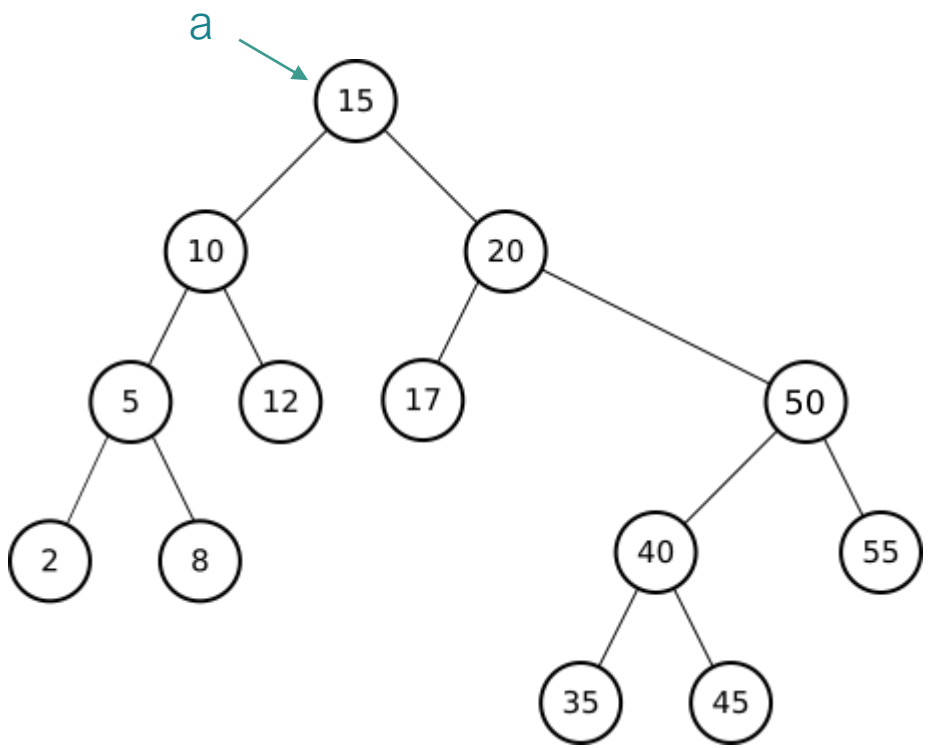
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

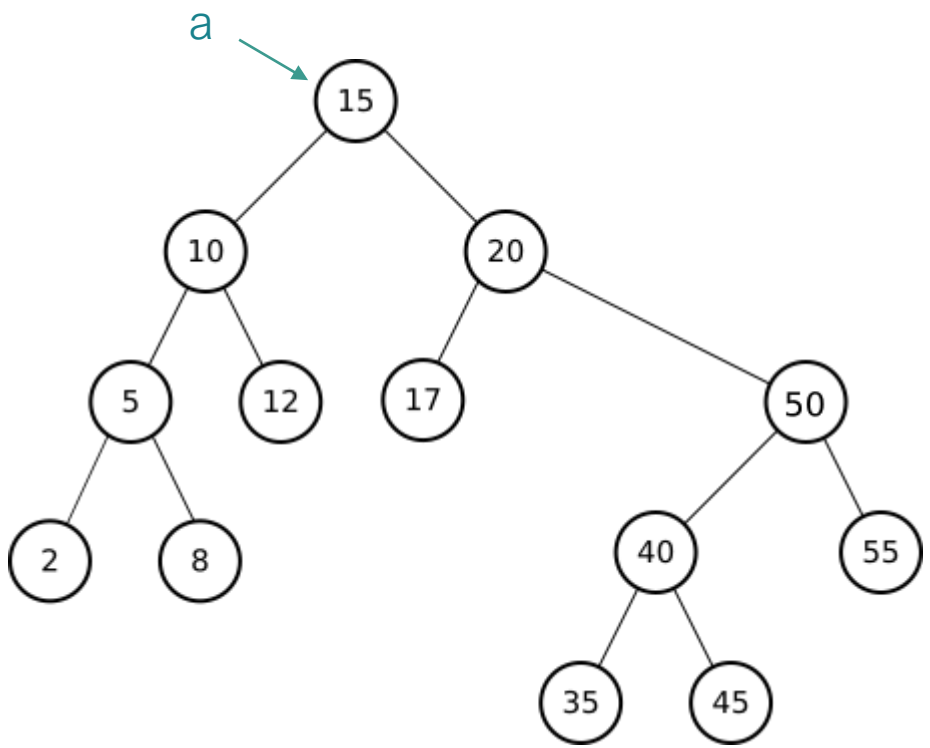
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

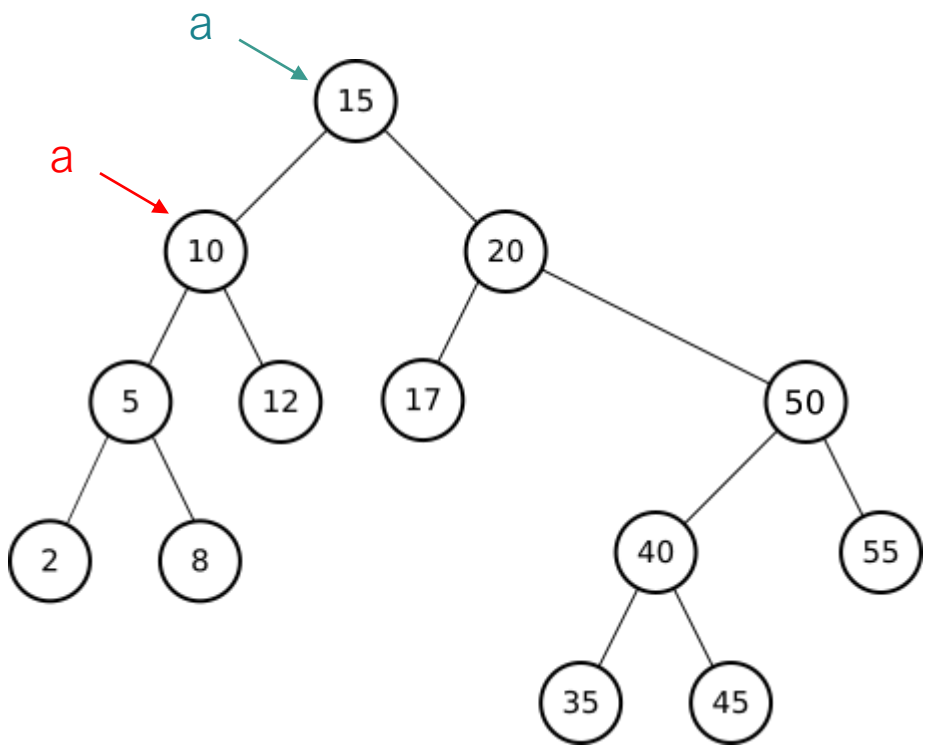
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

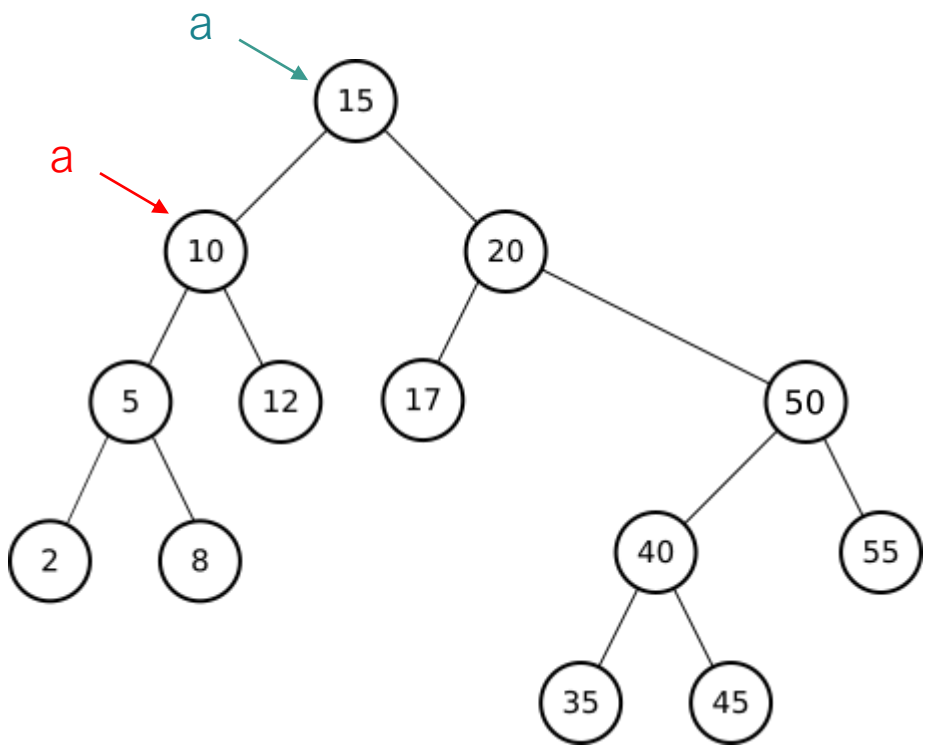
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

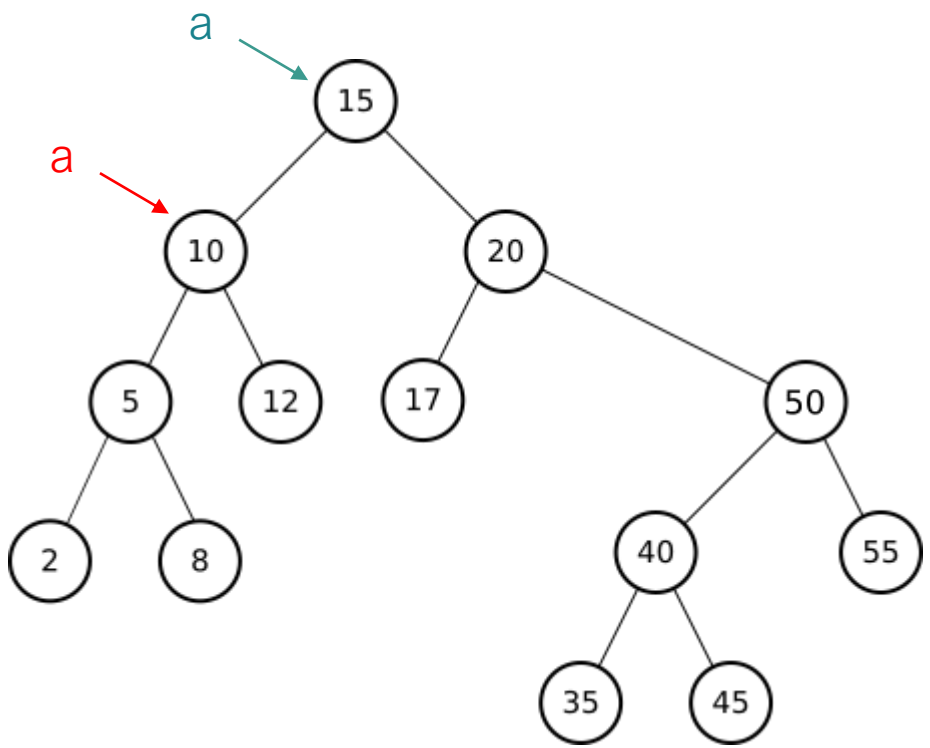
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

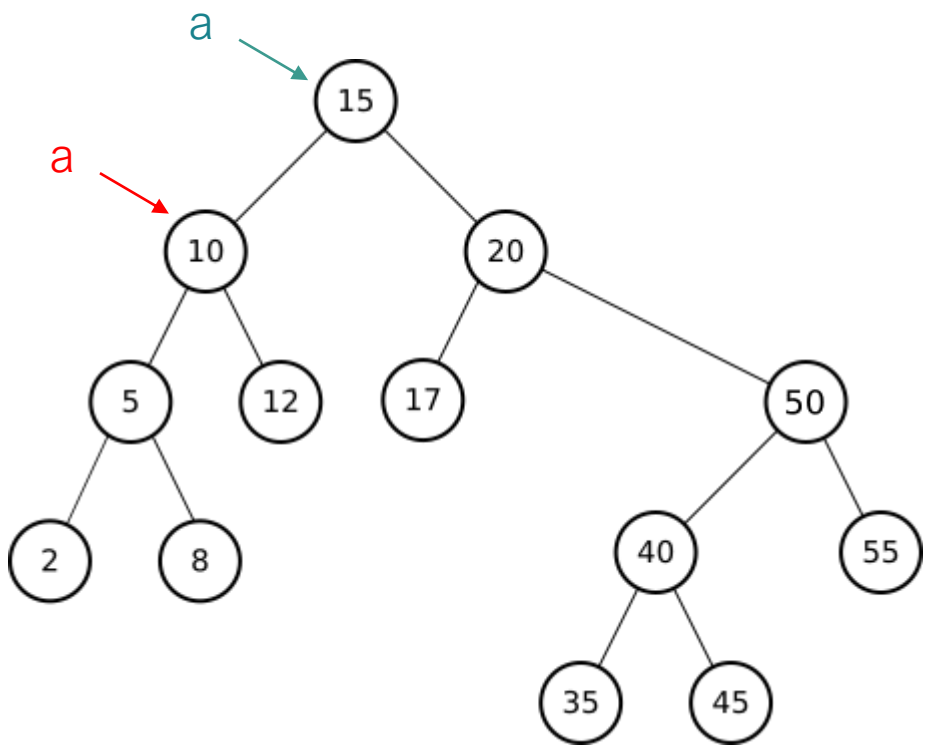
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

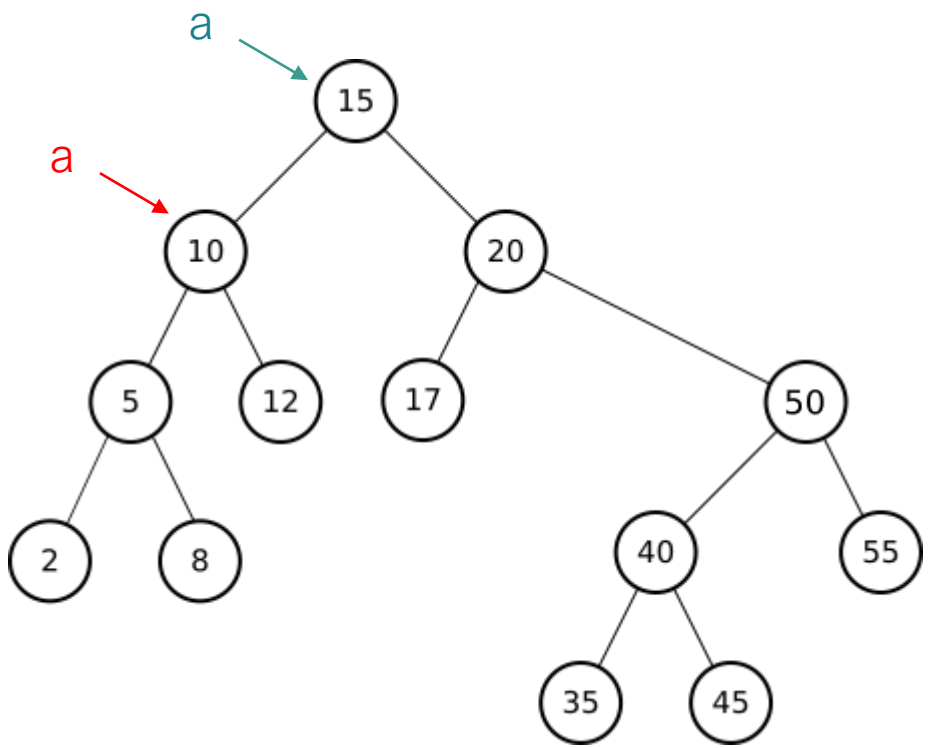
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

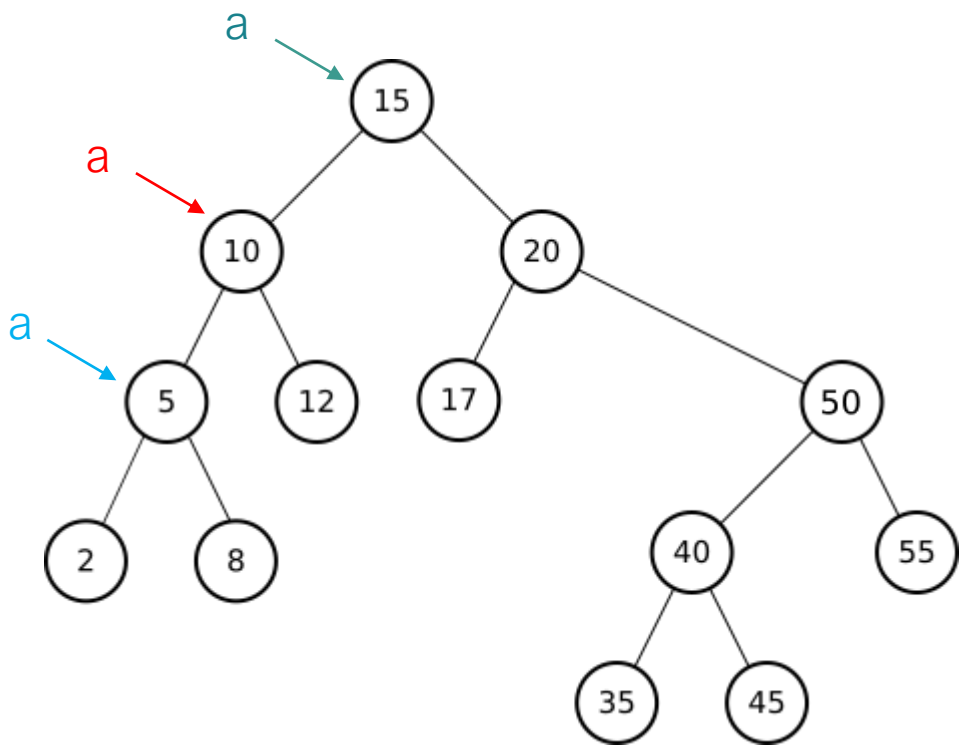
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

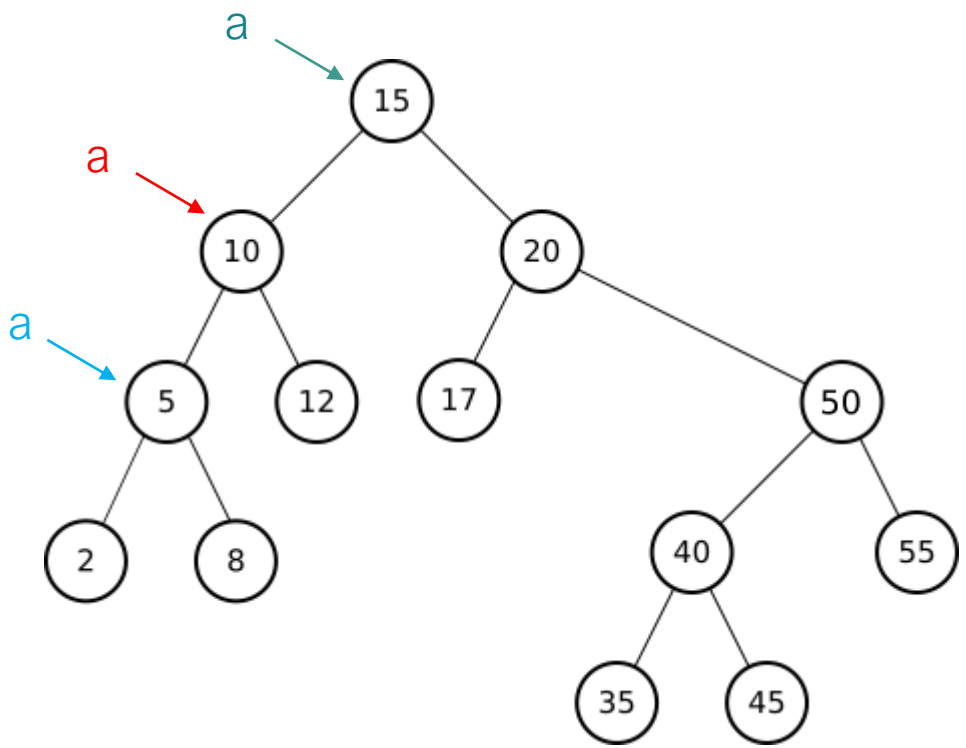
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

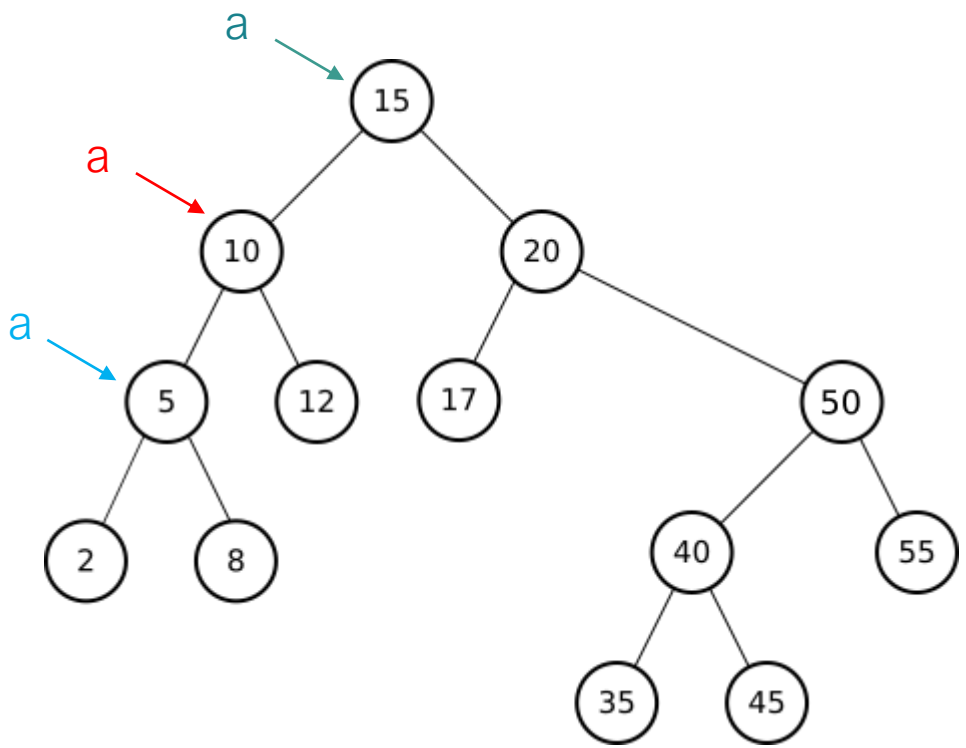
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

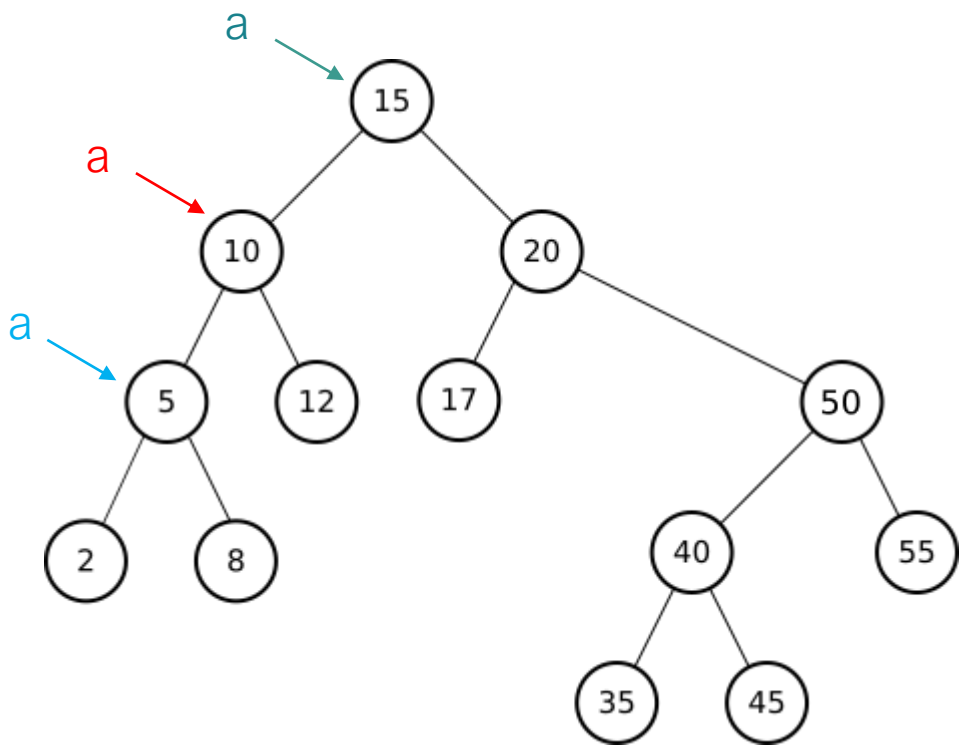
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

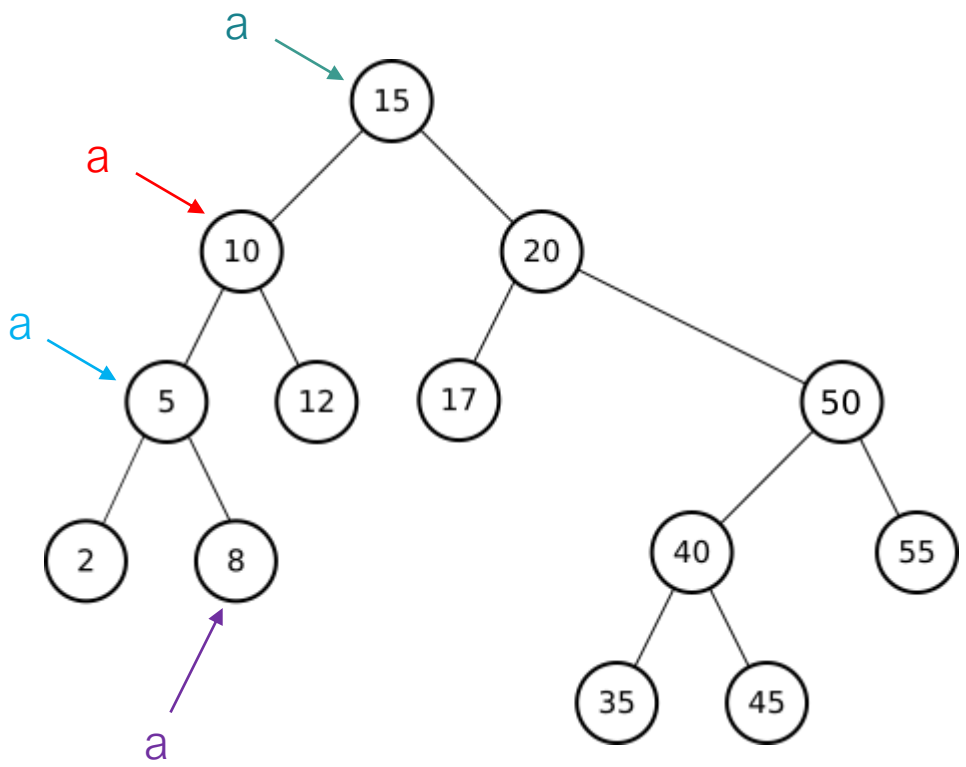
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ⇨ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ⇨ ⇨ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

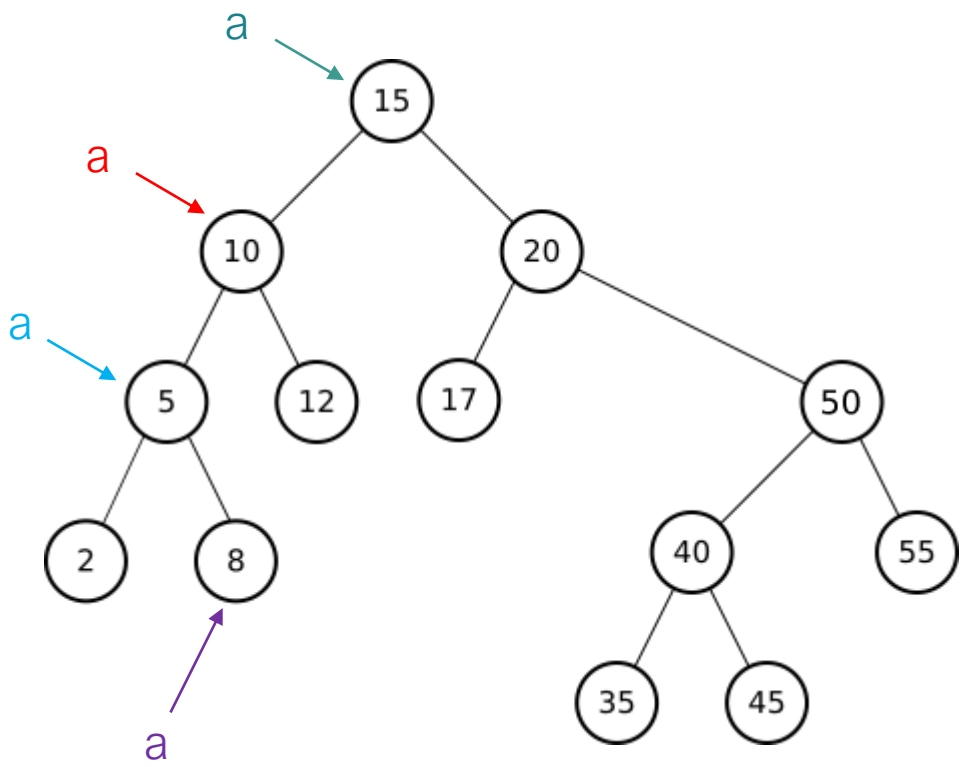
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

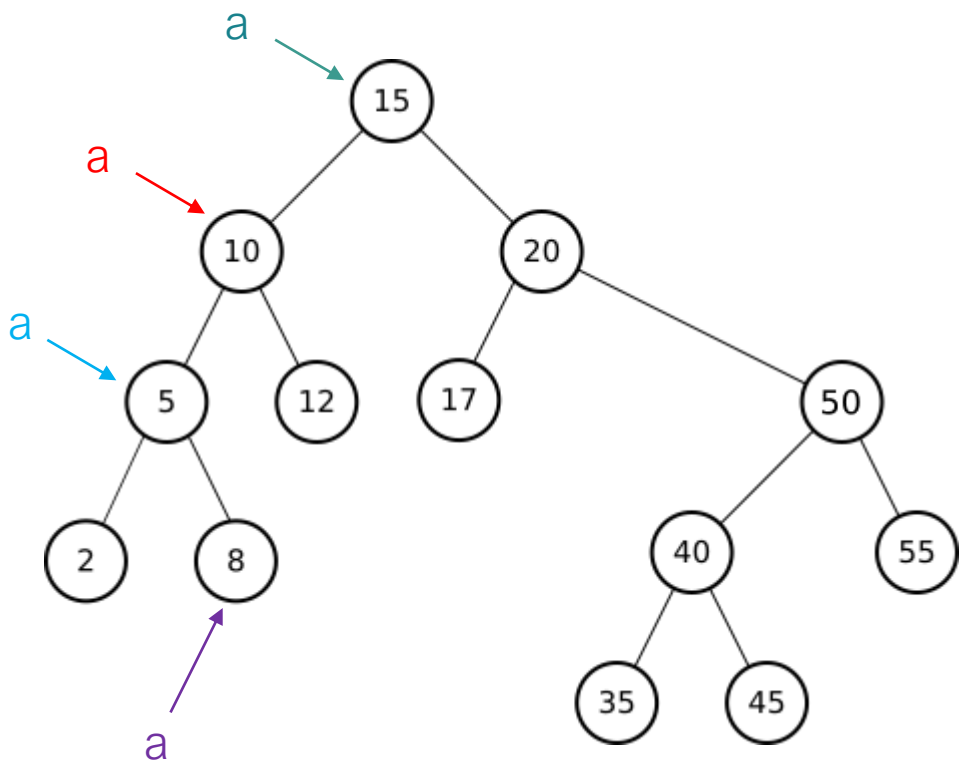
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

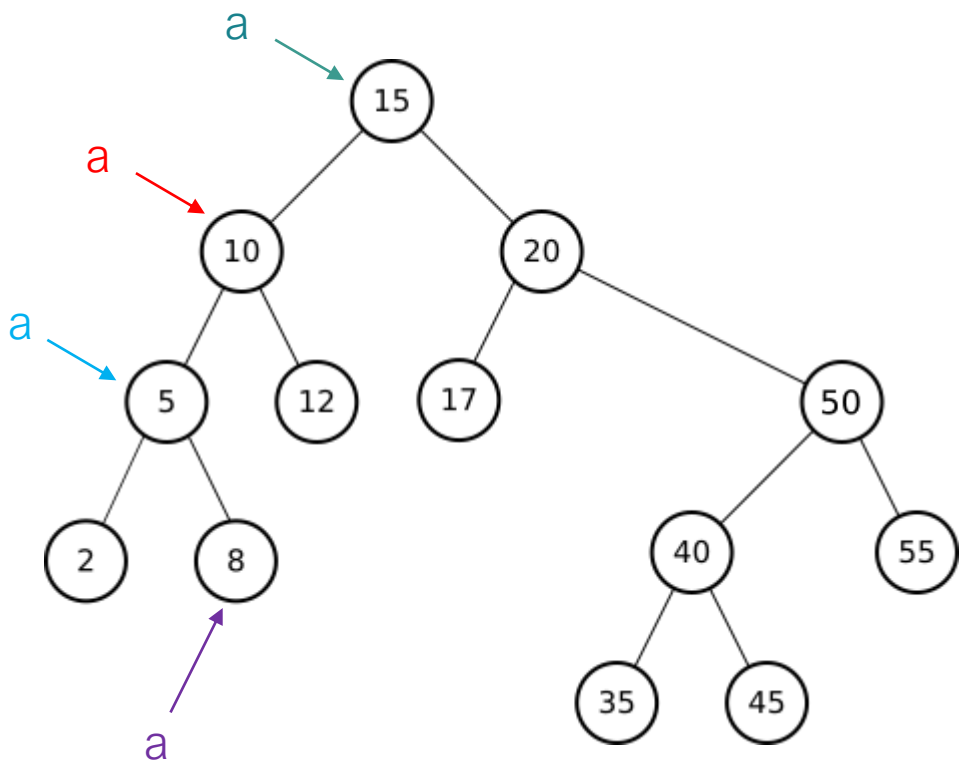
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

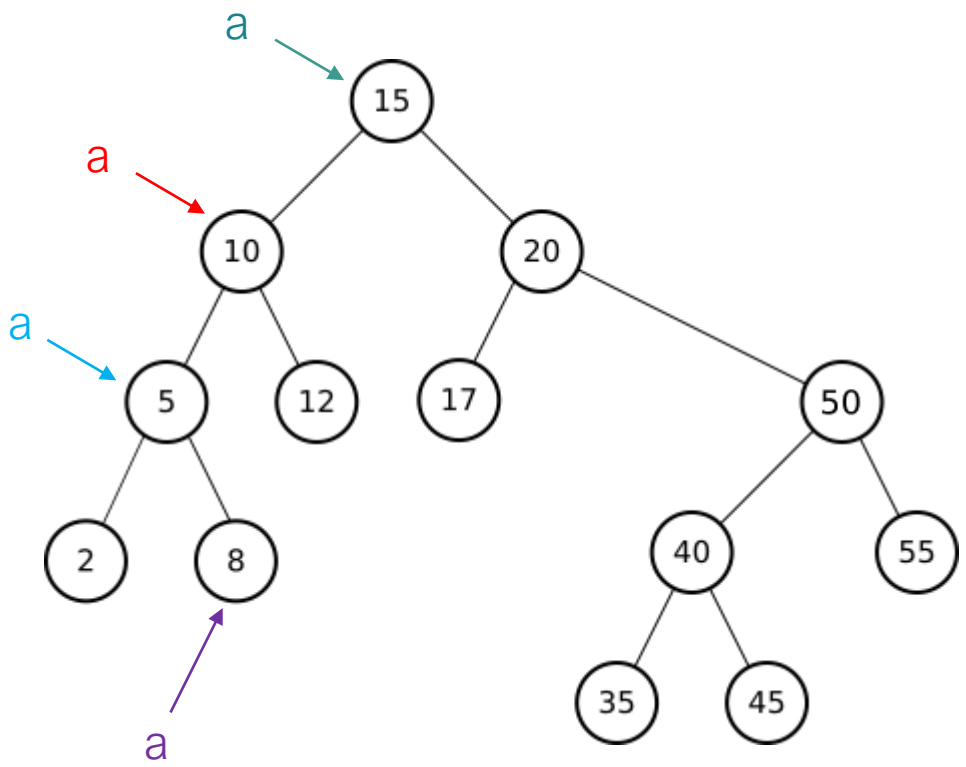
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

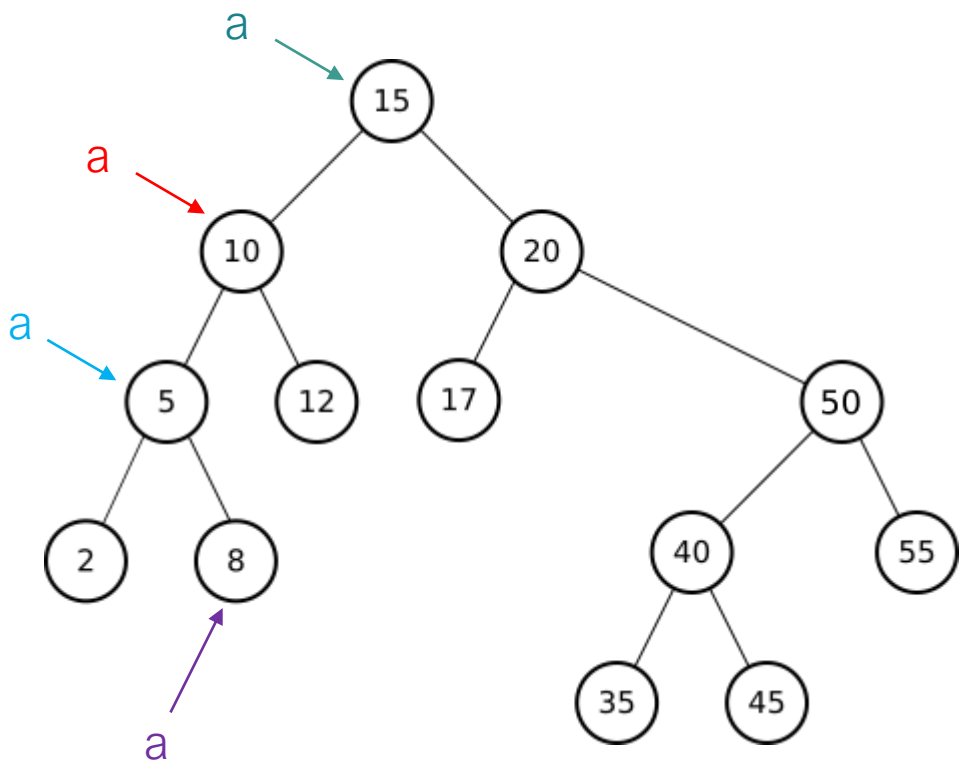
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ⇨ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ⇨ ⇨ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
  ⇨  SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

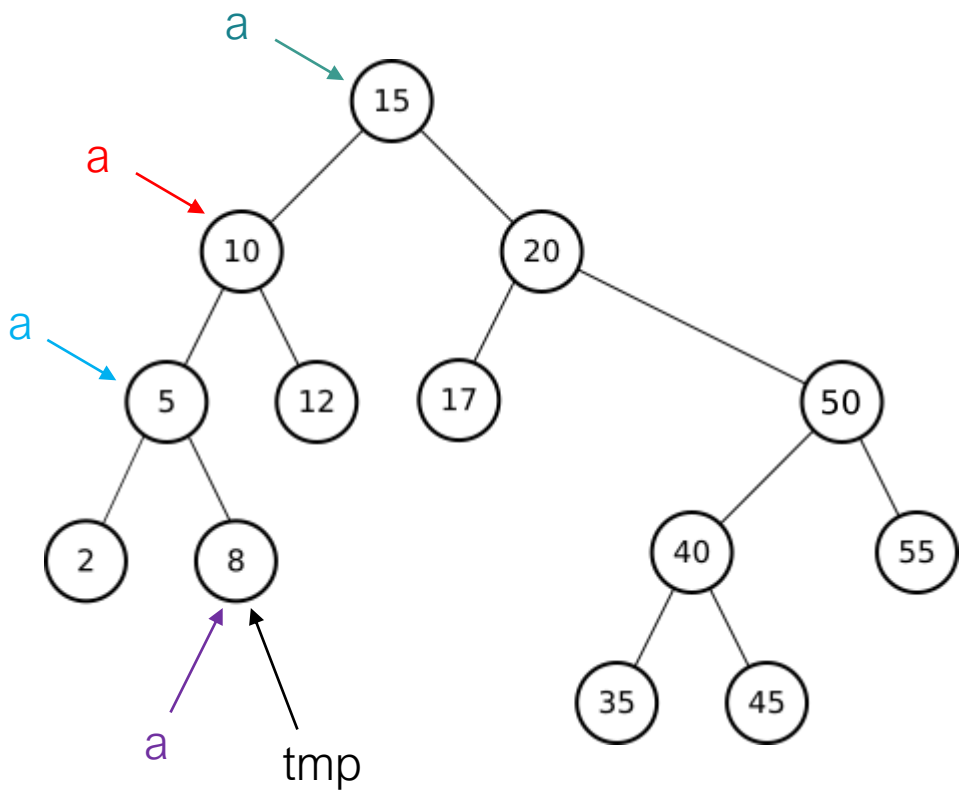
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ➡ ➡ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
       ➡ tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

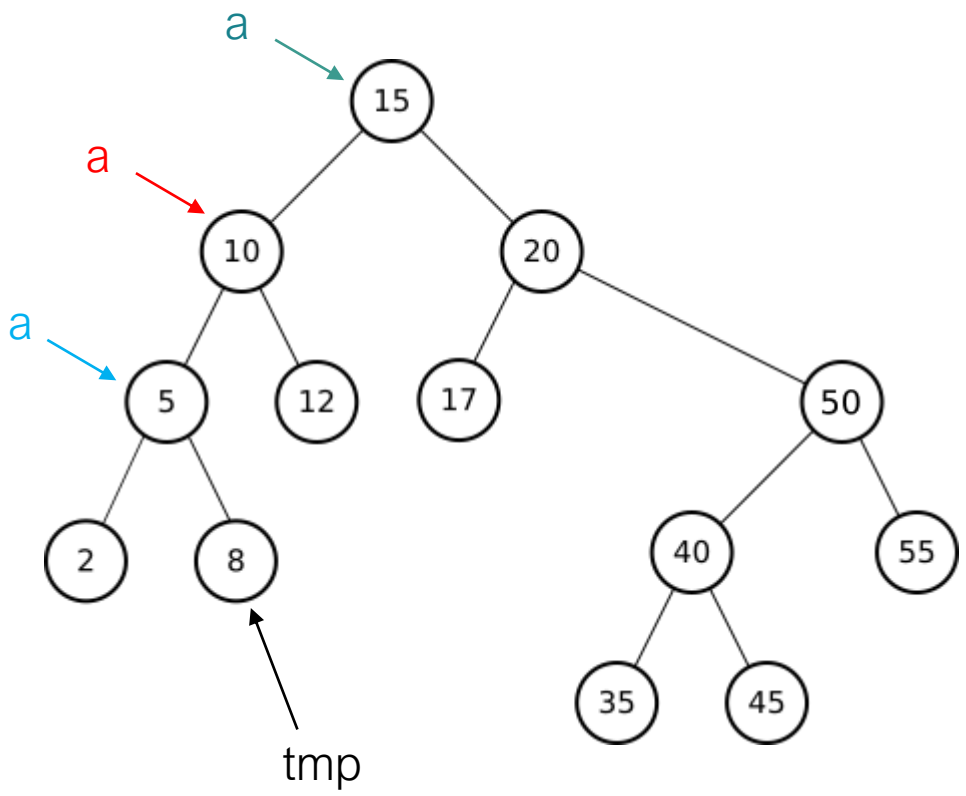
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ➡ ➡ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
       ➡  a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ➡ ➡ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
       ➡ libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```

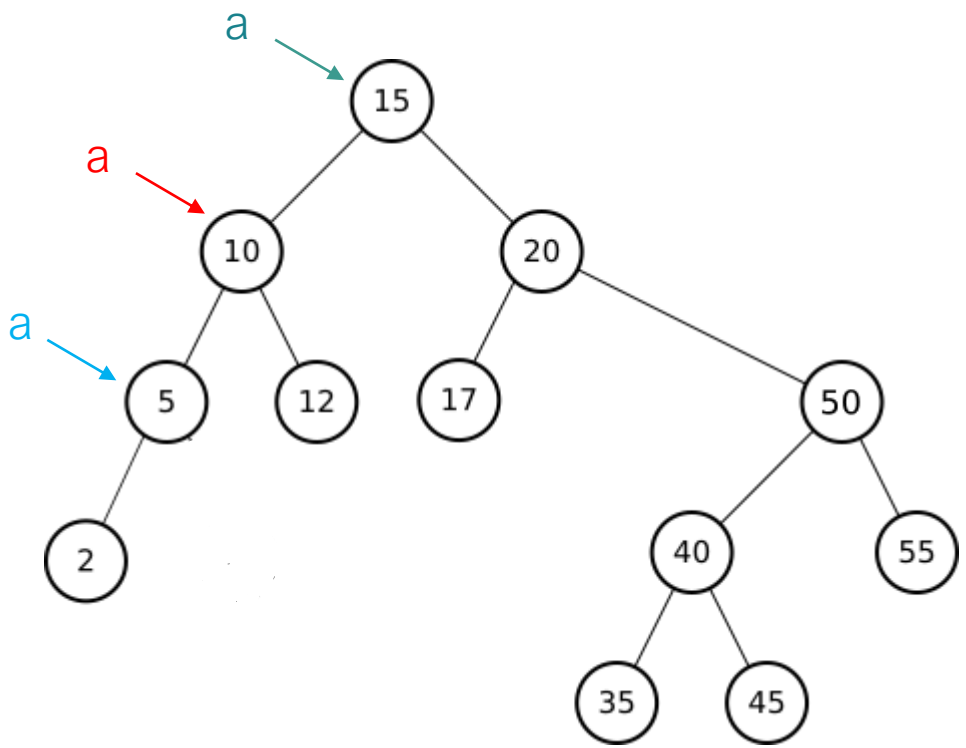


a ⟶ NULL

ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ➡ ➡ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
  ➡  RETOURNER a
FIN
```

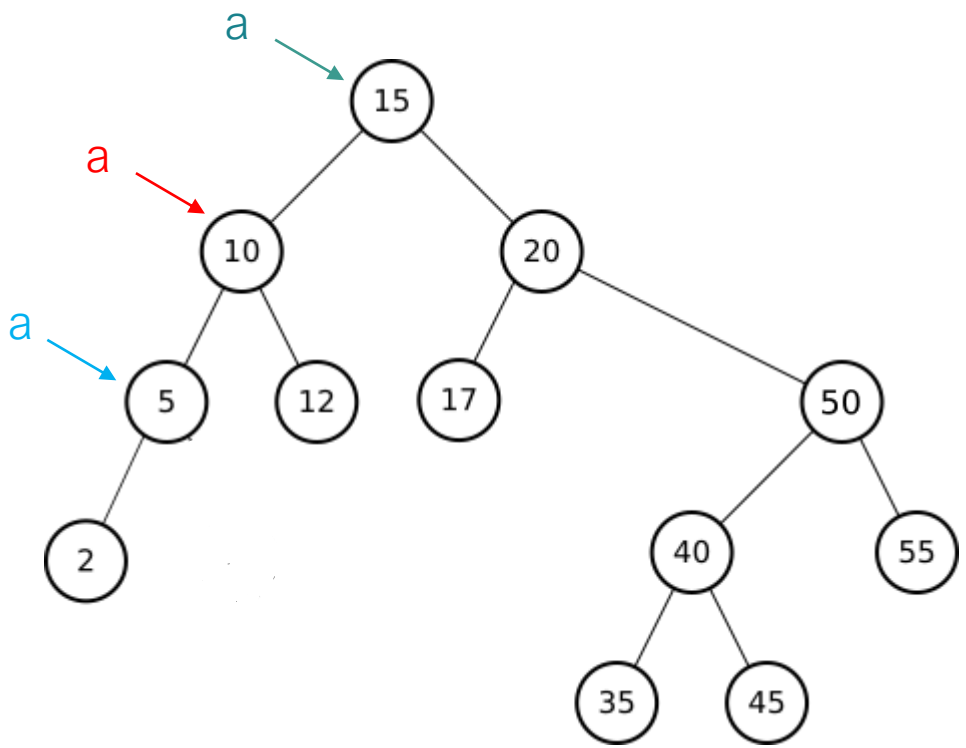


a ⟶ NULL

ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

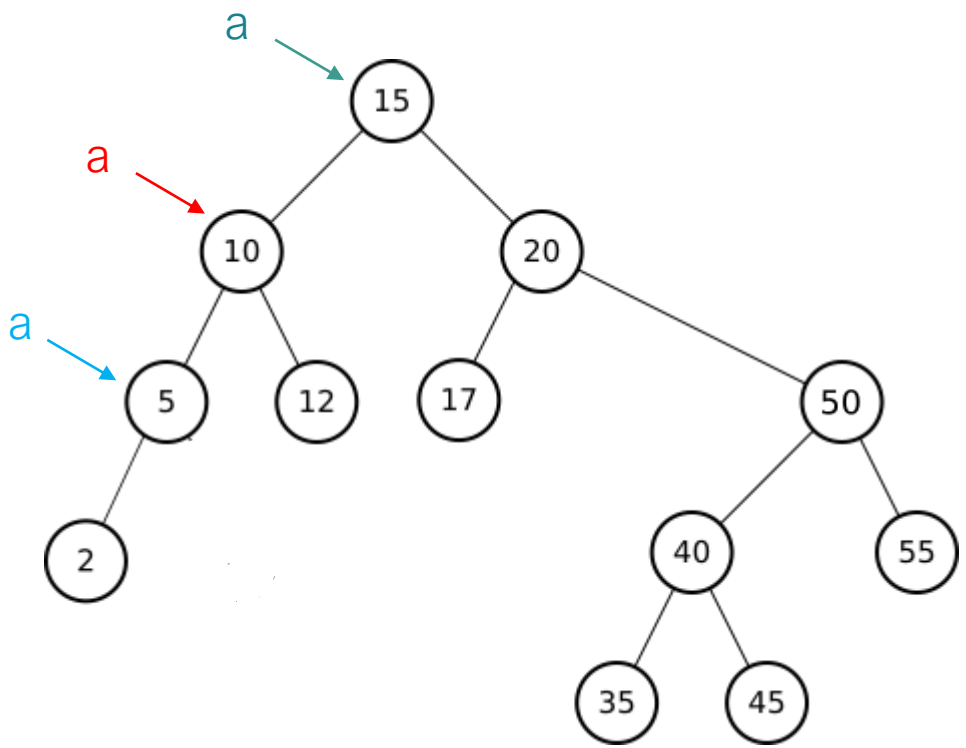
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ⇨ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
     ⇨ ⇨ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

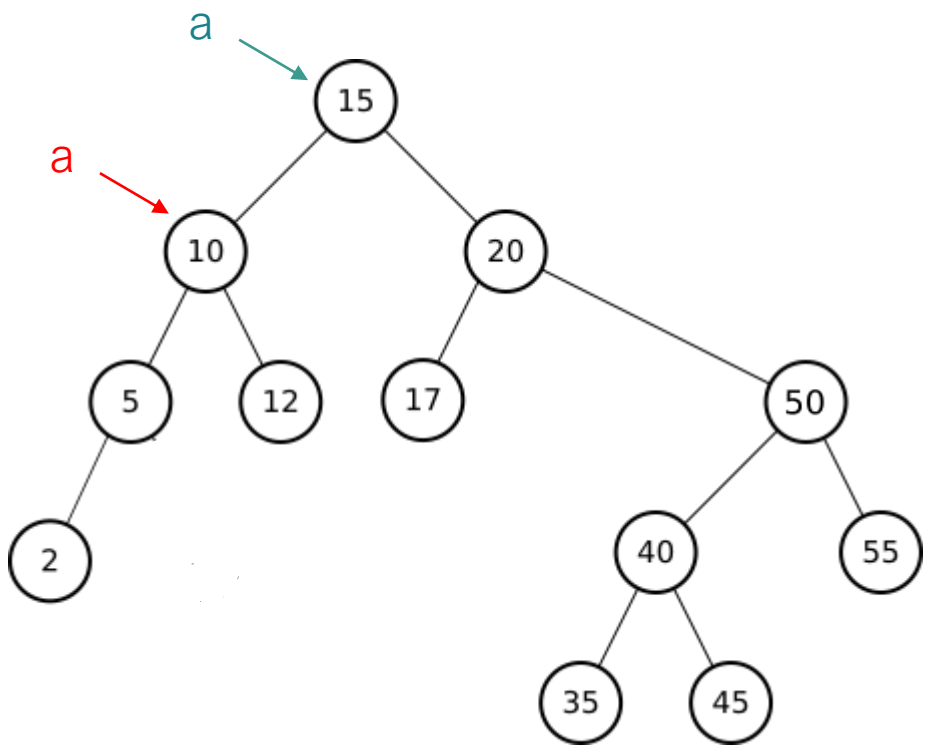
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

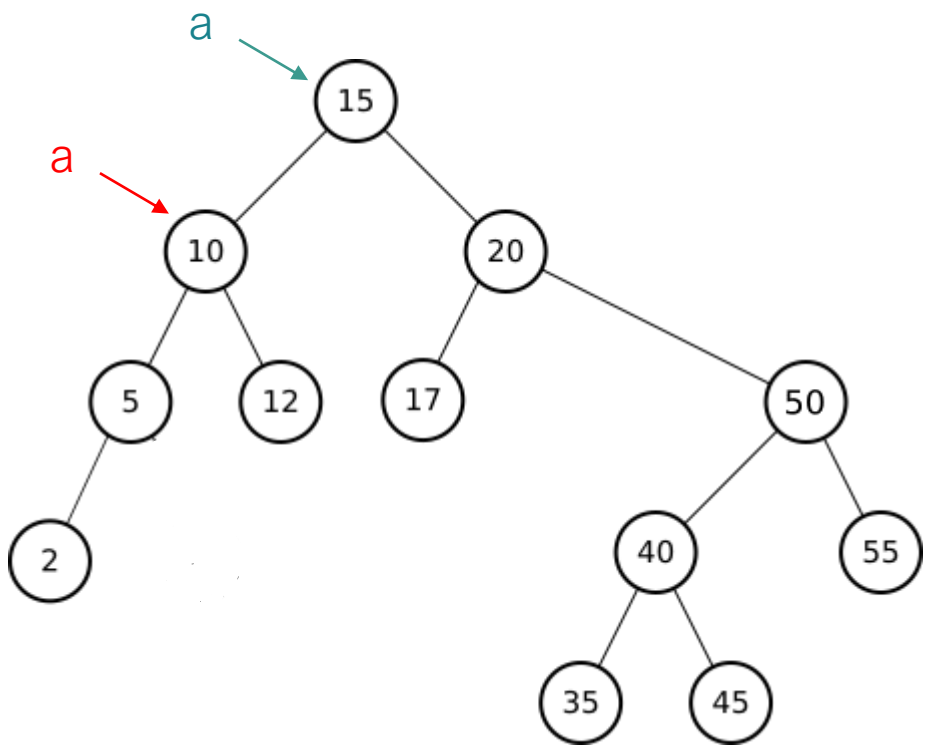
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

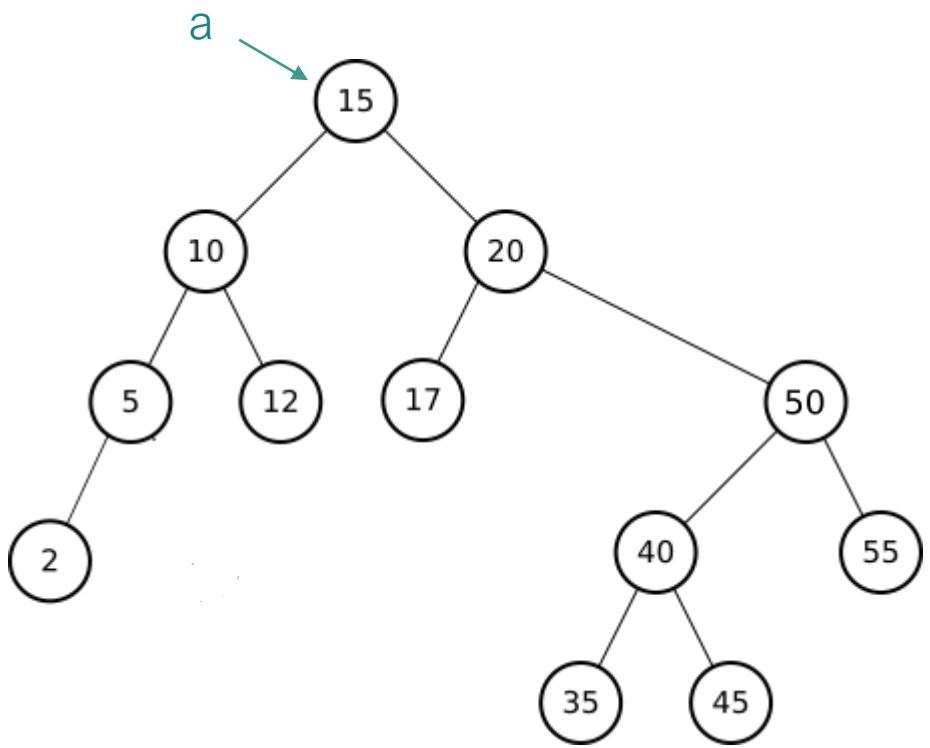
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 8)

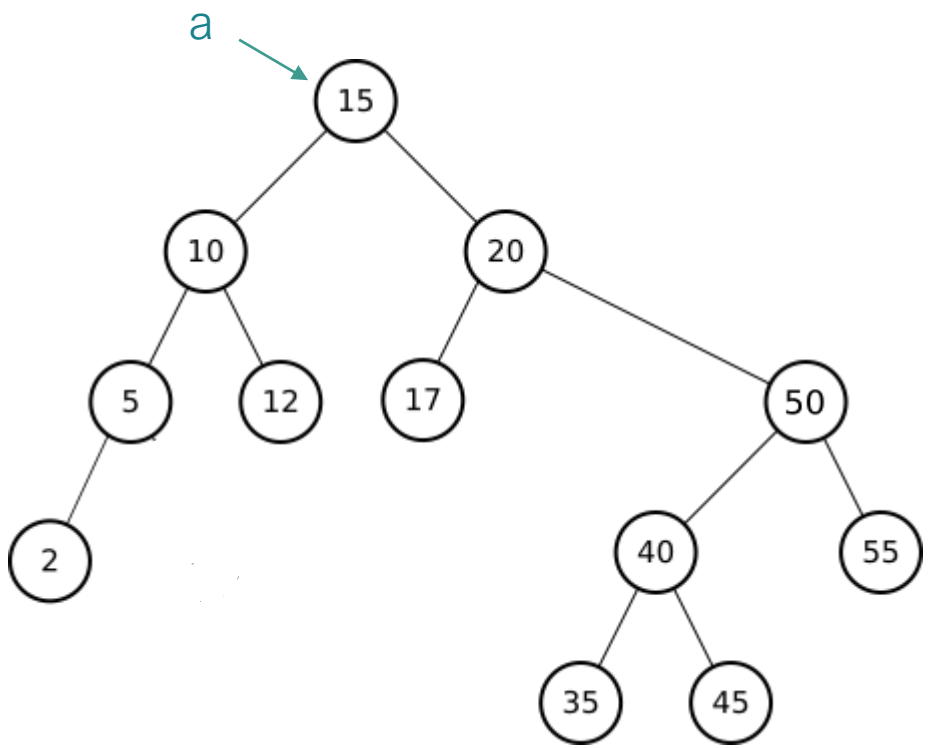
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

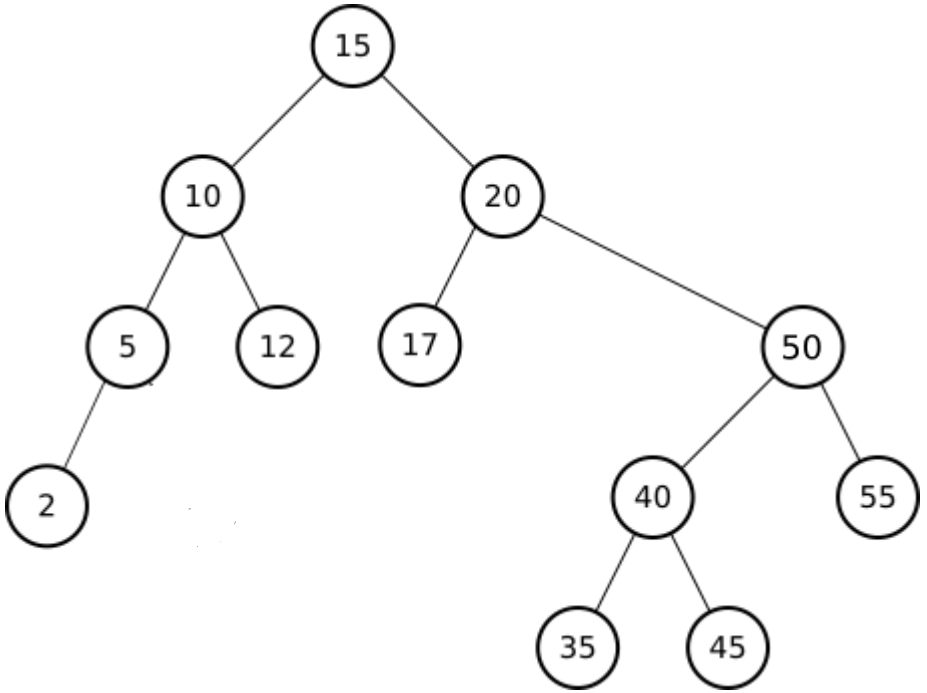
- Algorithme : suppression (a, 8)

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

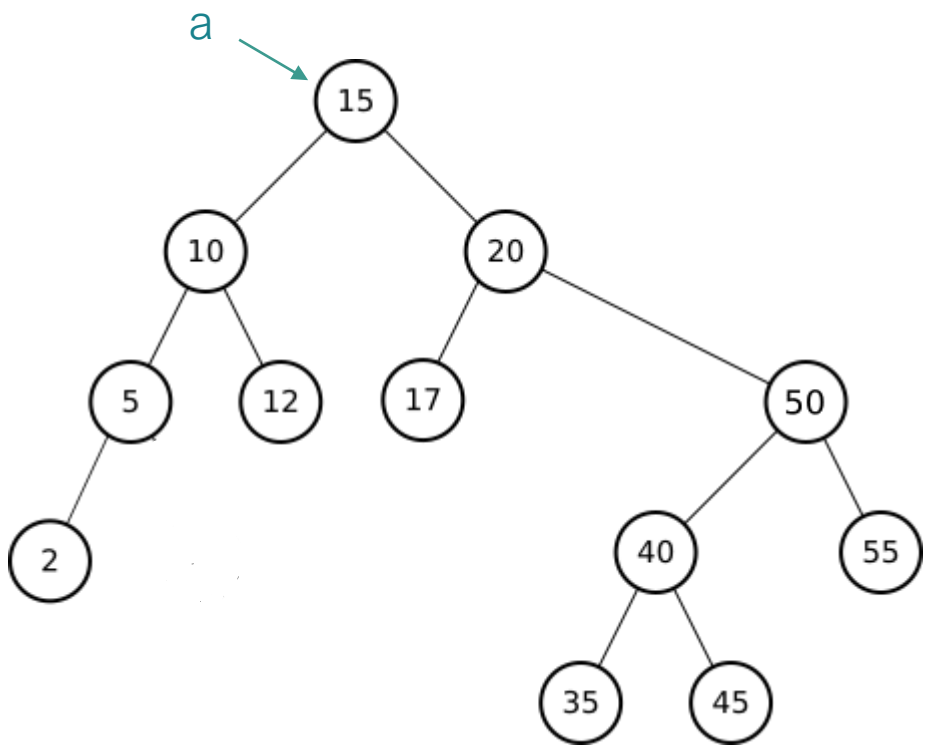
- Algorithme : suppression (a, 6)



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

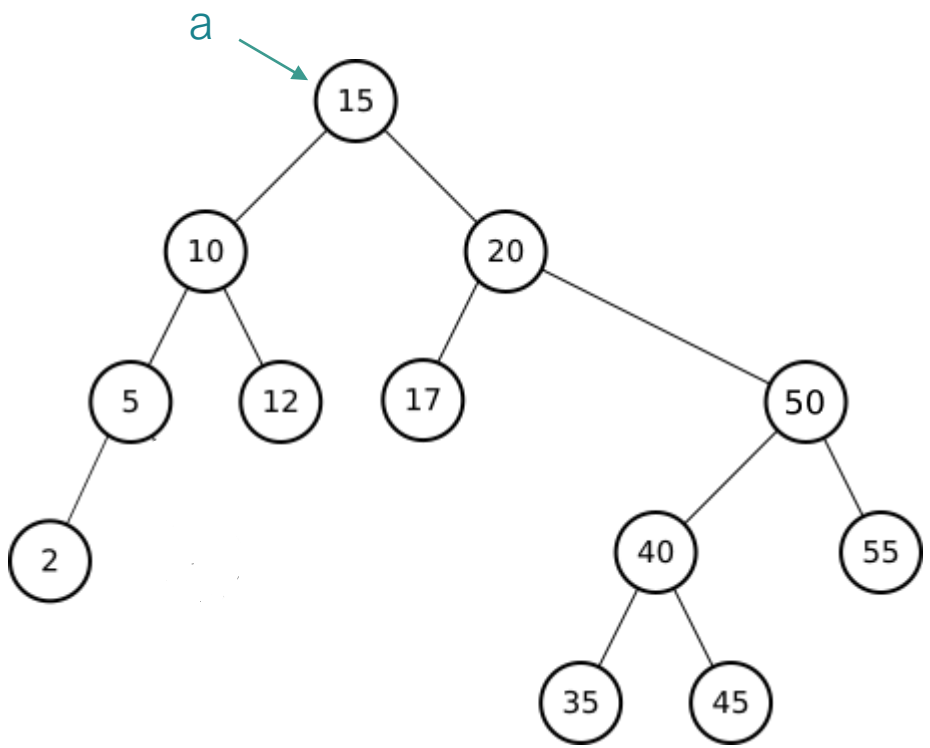
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

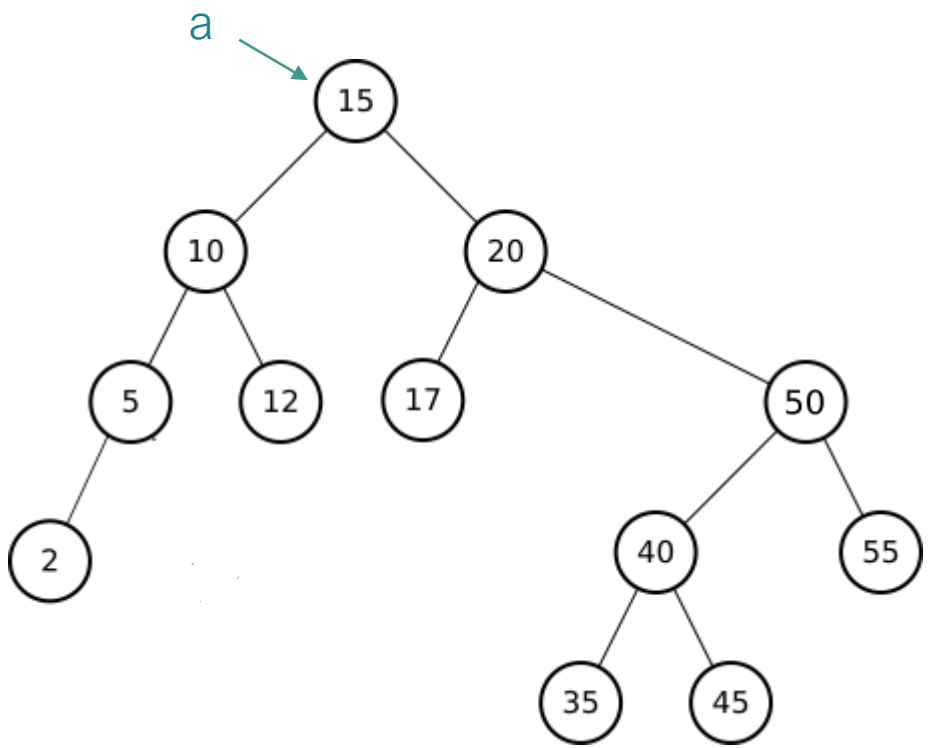
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

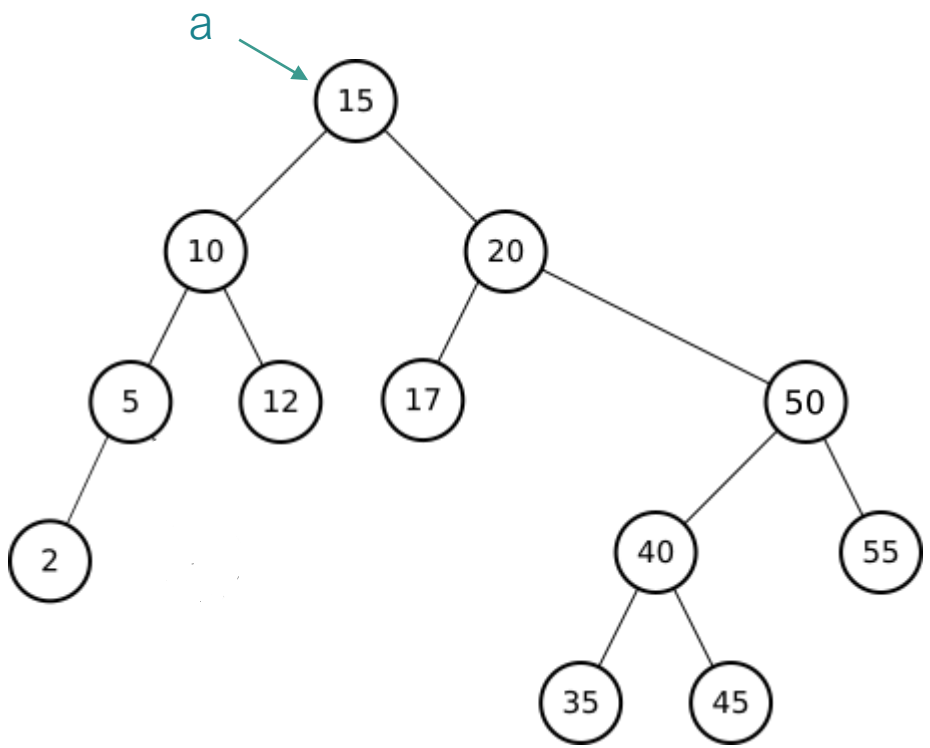
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

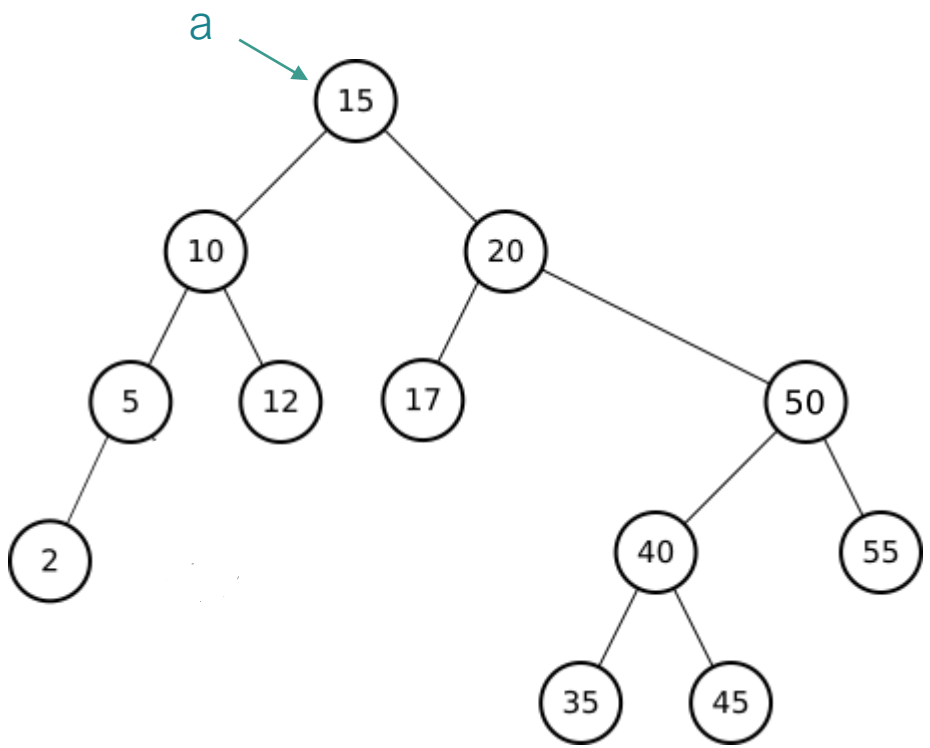
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

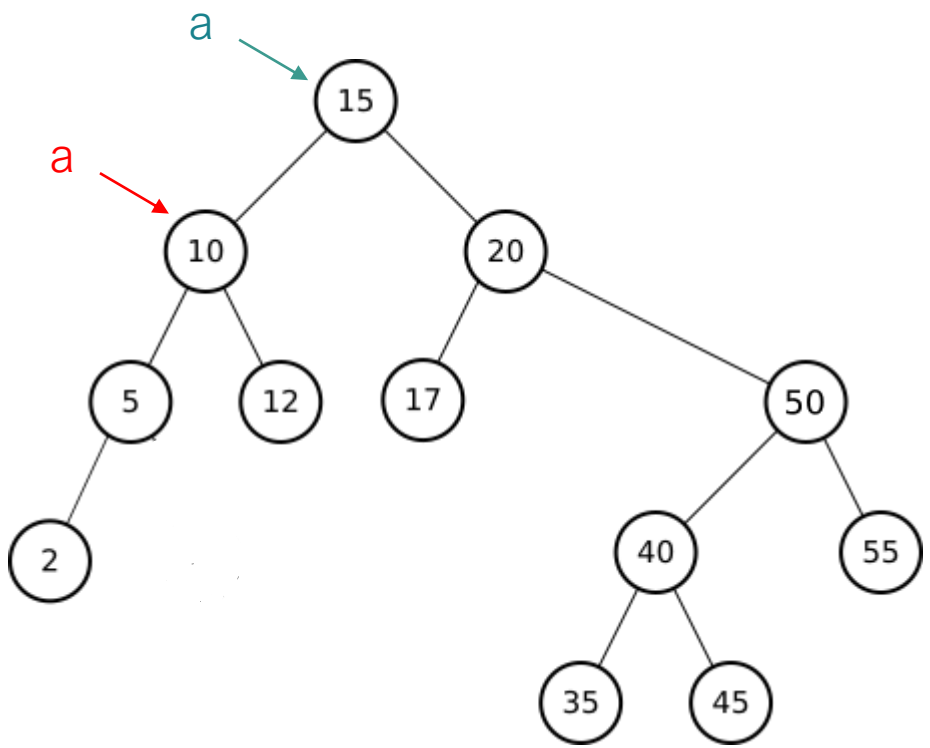
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

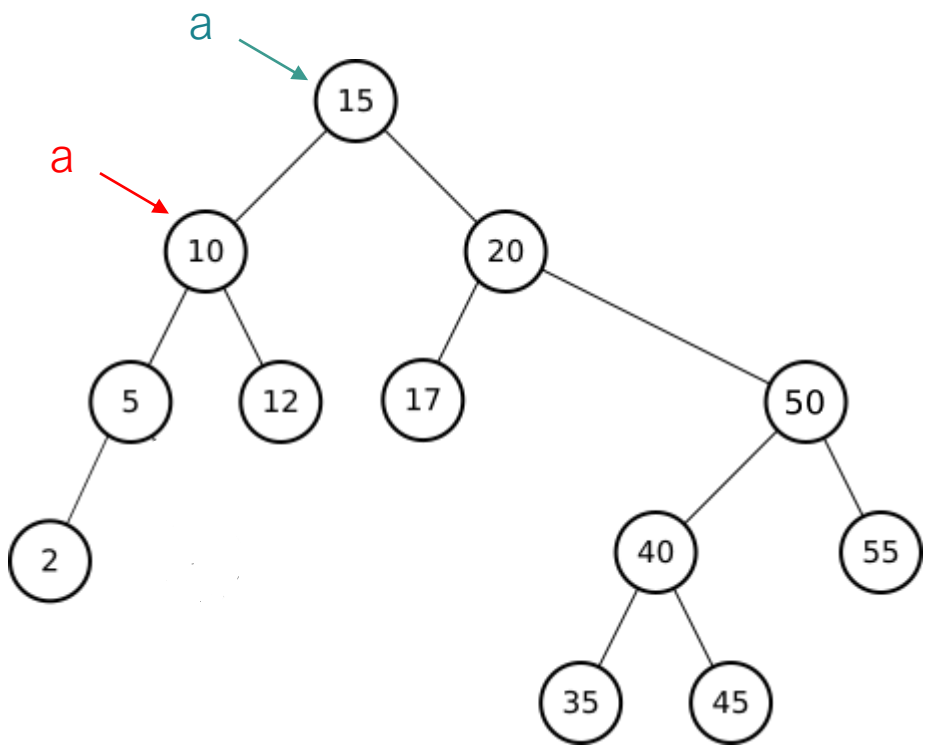
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

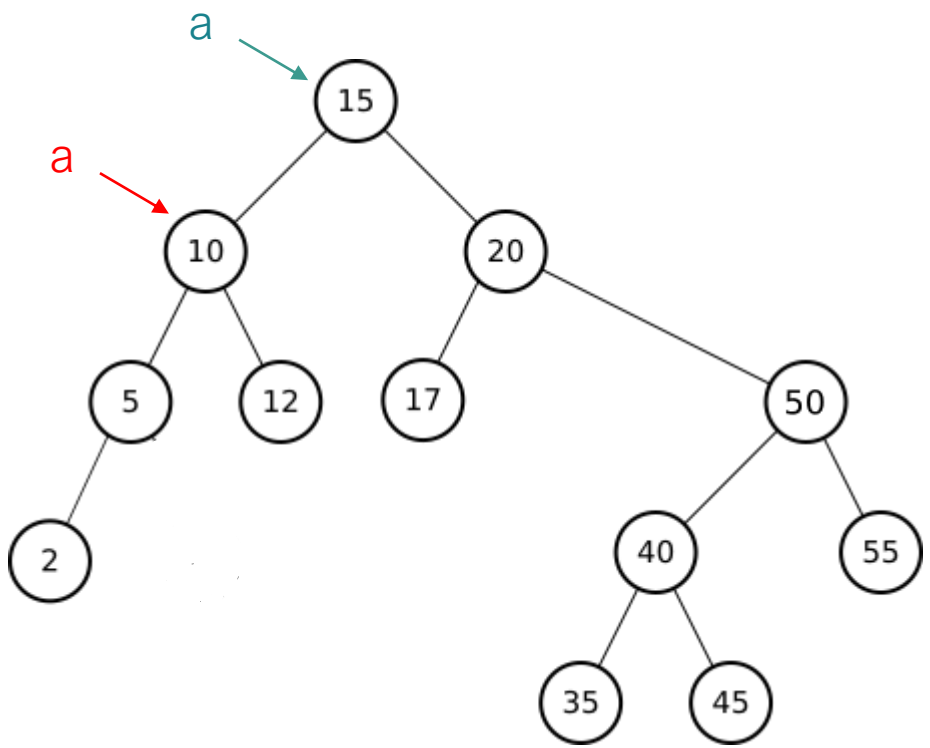
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

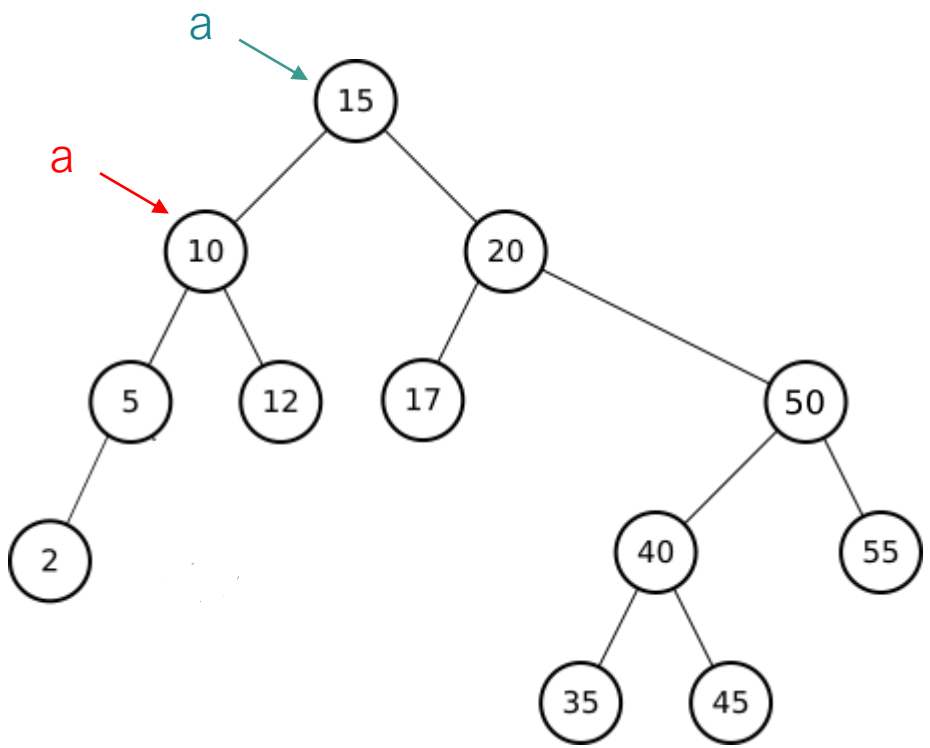
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

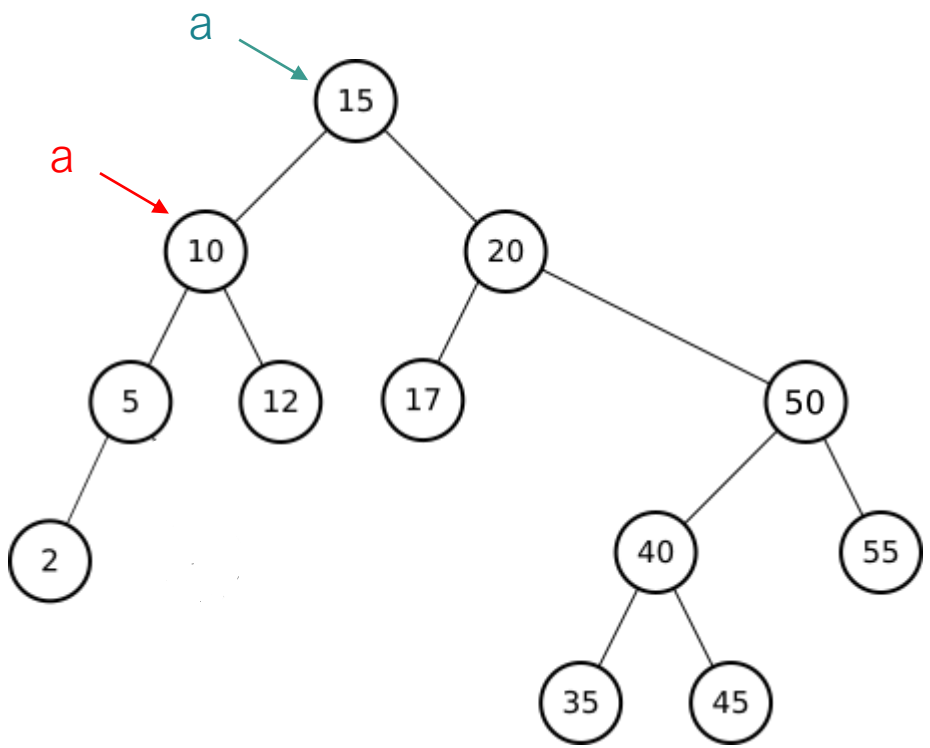
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

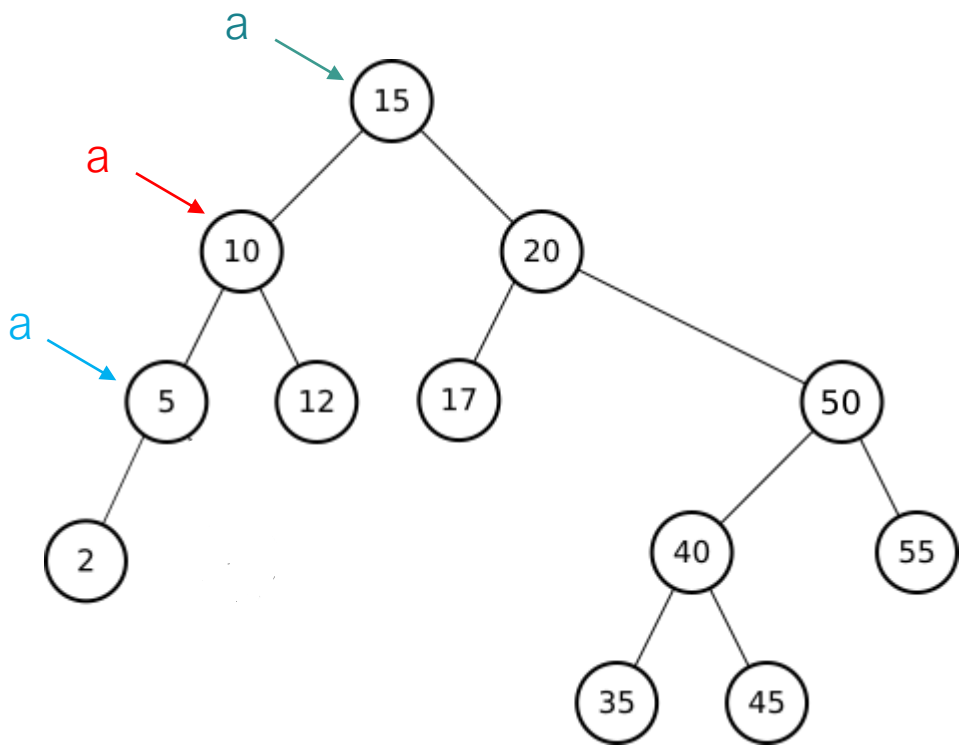
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

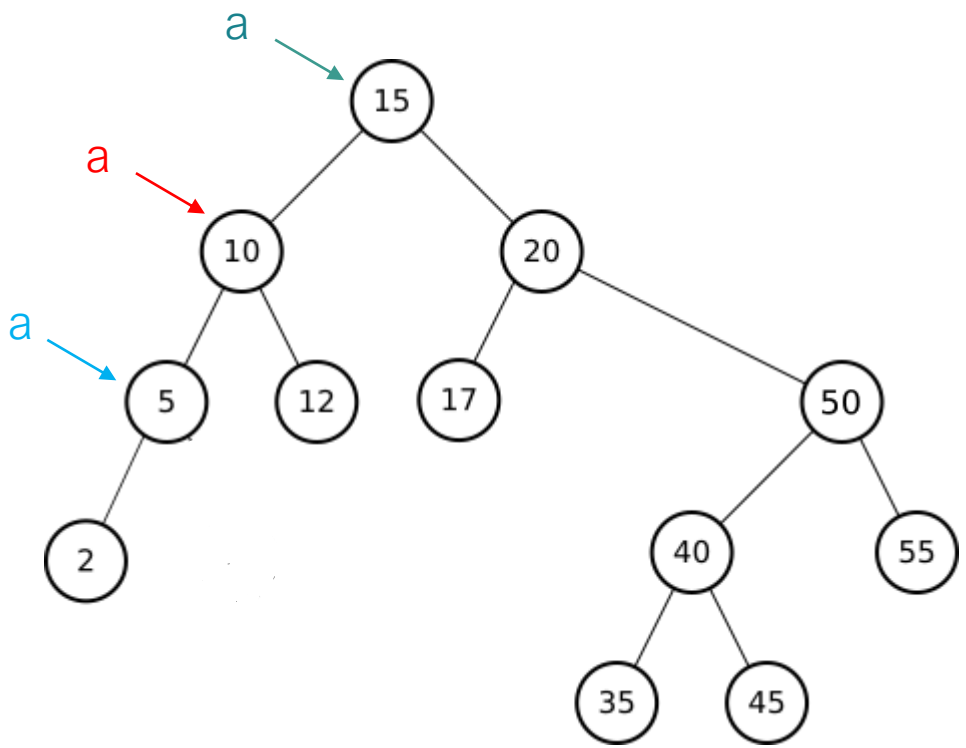
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

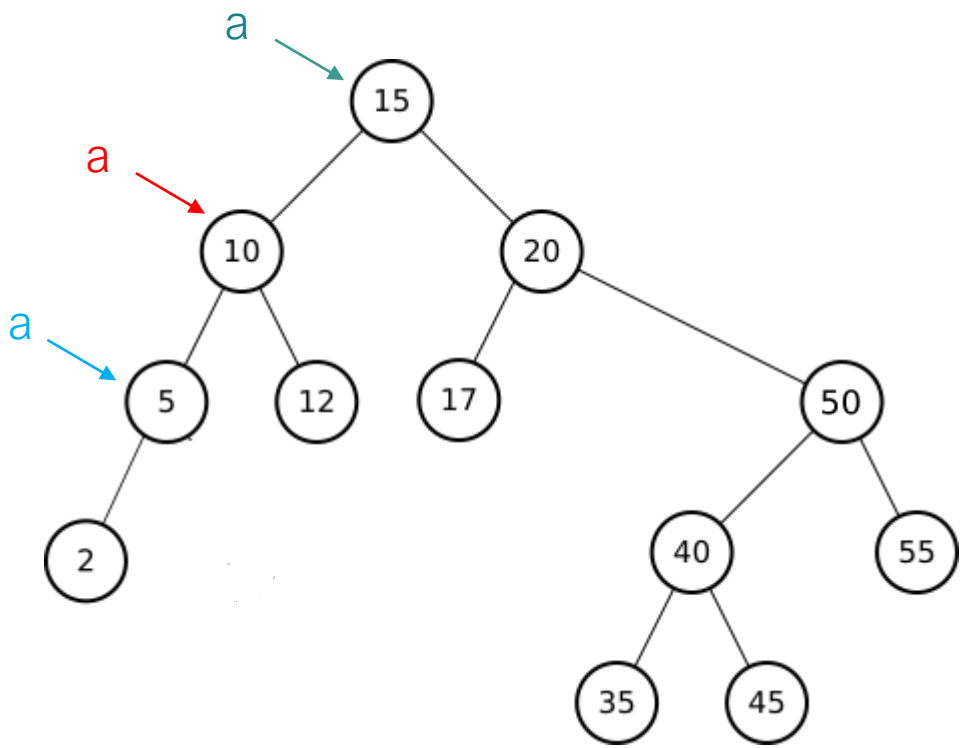
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

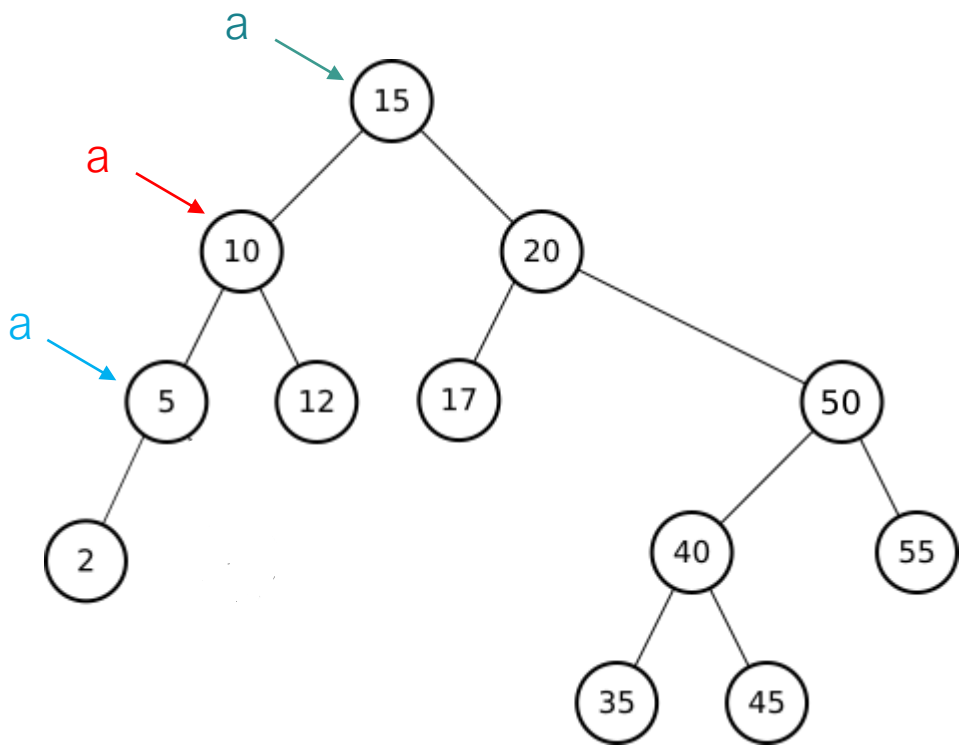
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

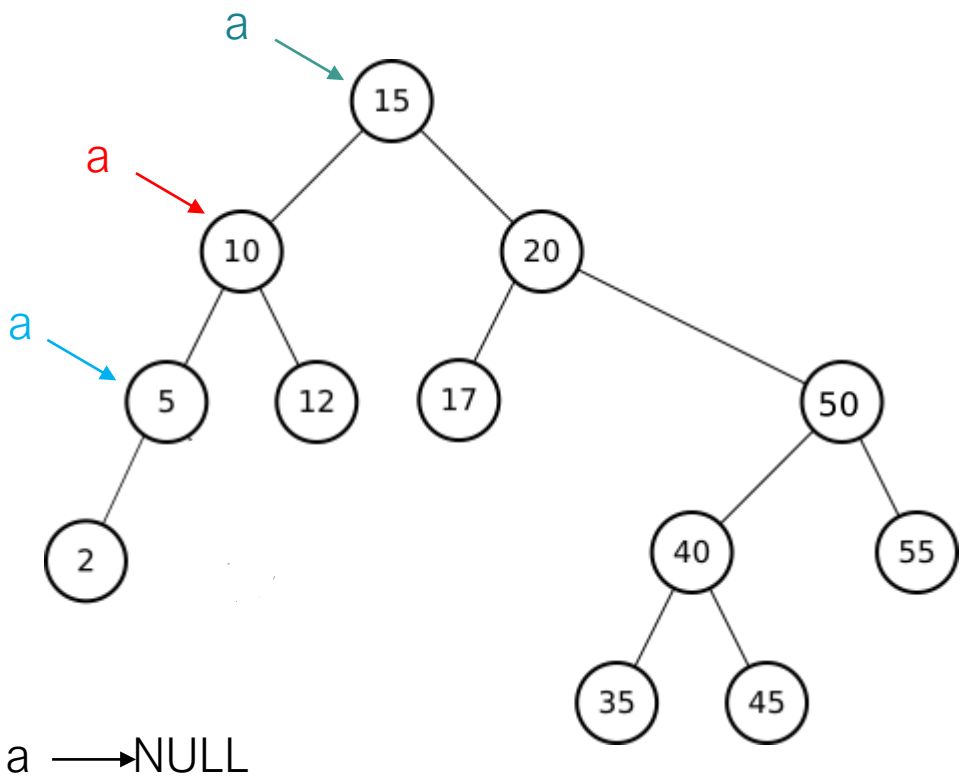
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

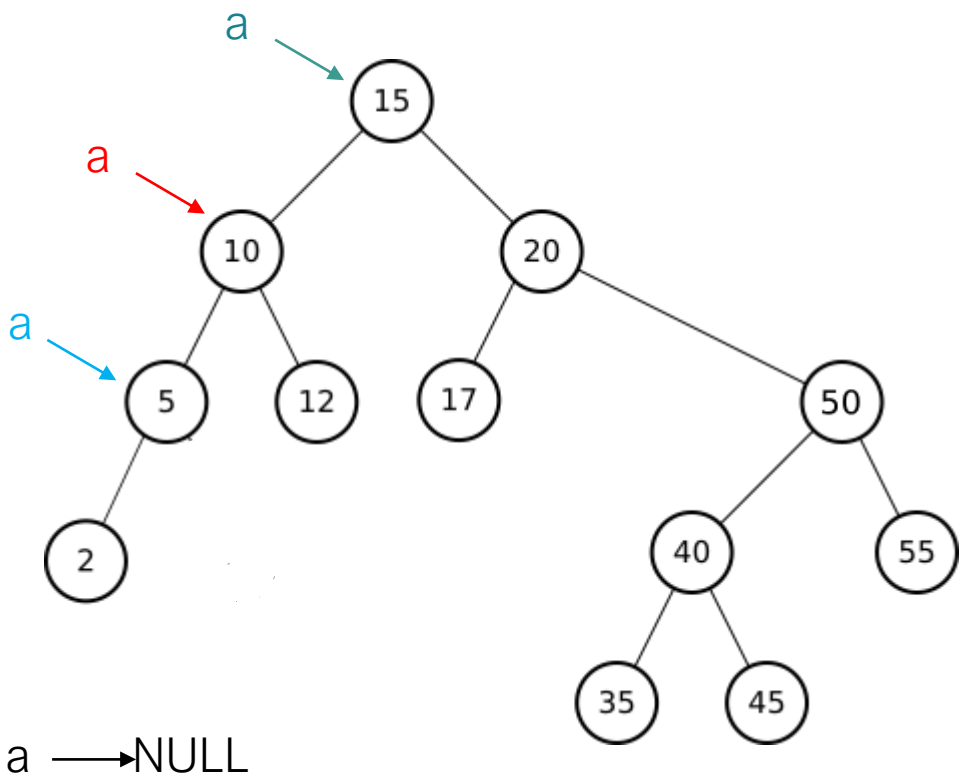
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

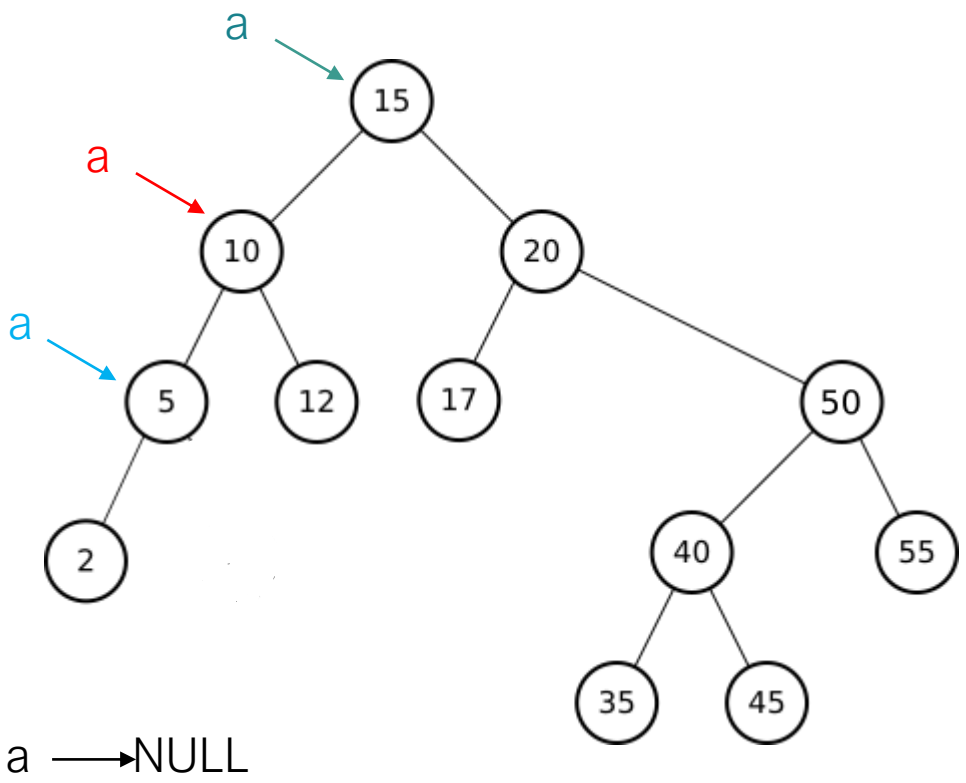
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

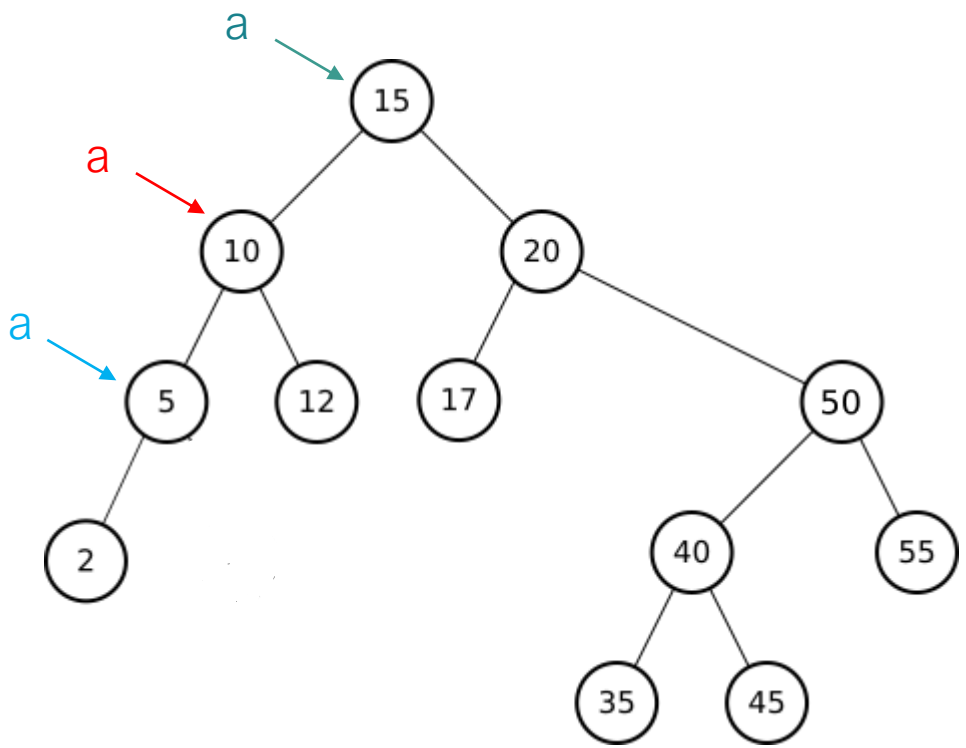
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
       ➡ RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
      ➡➡ fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

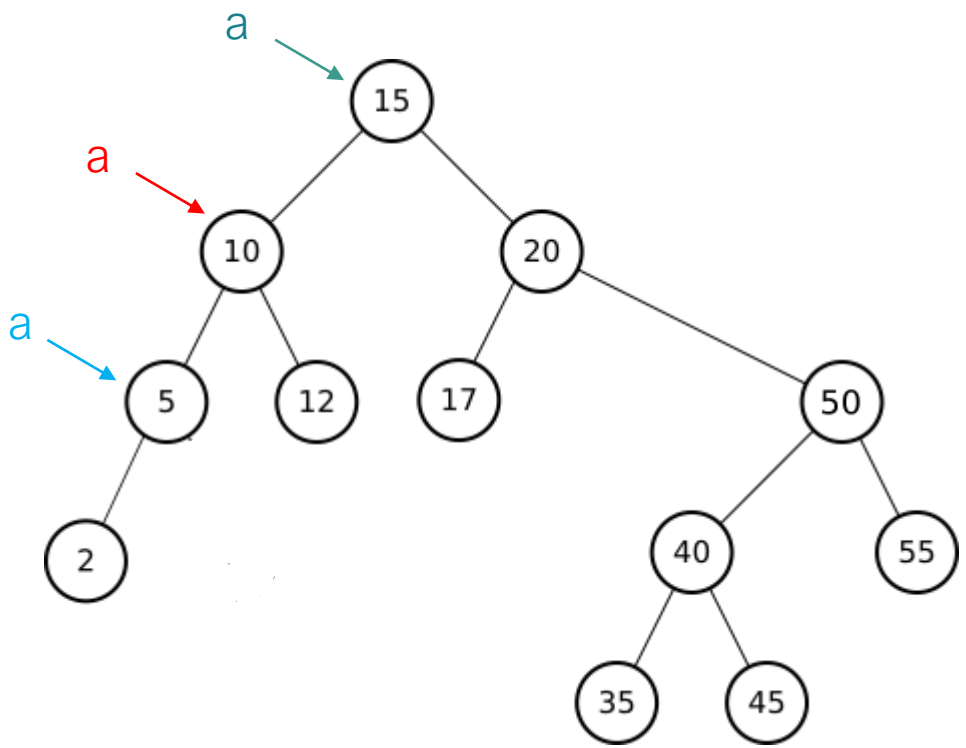
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

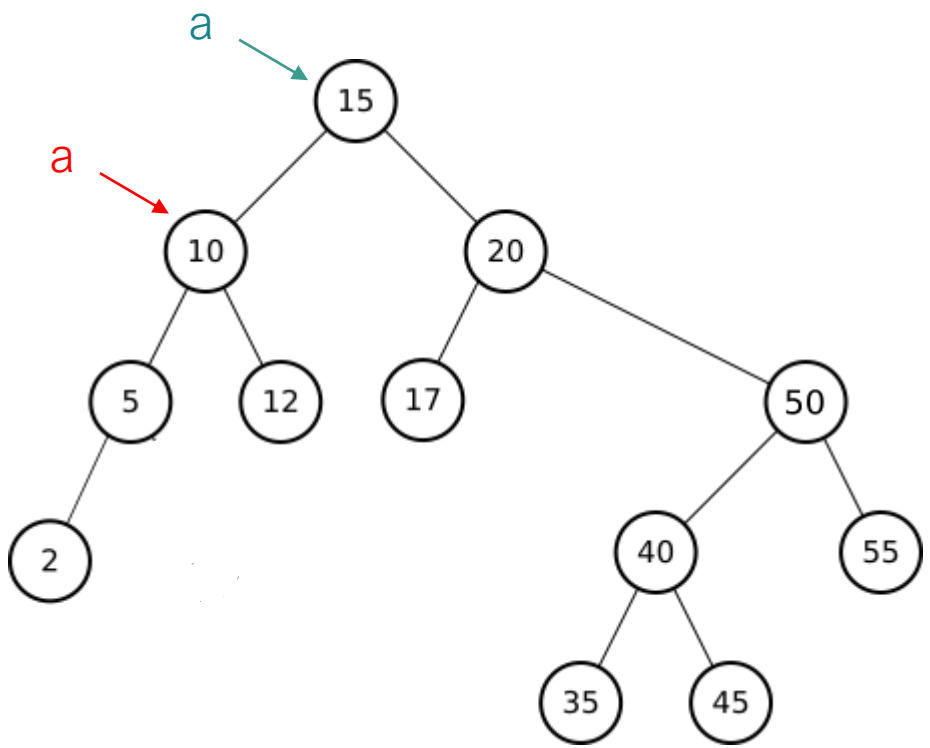
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

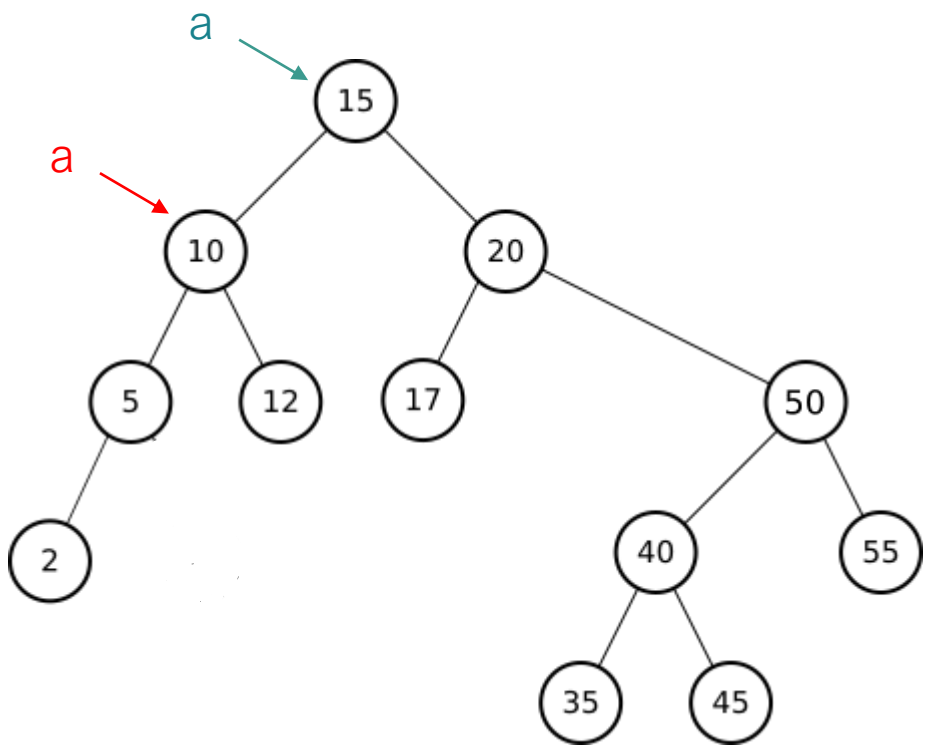
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

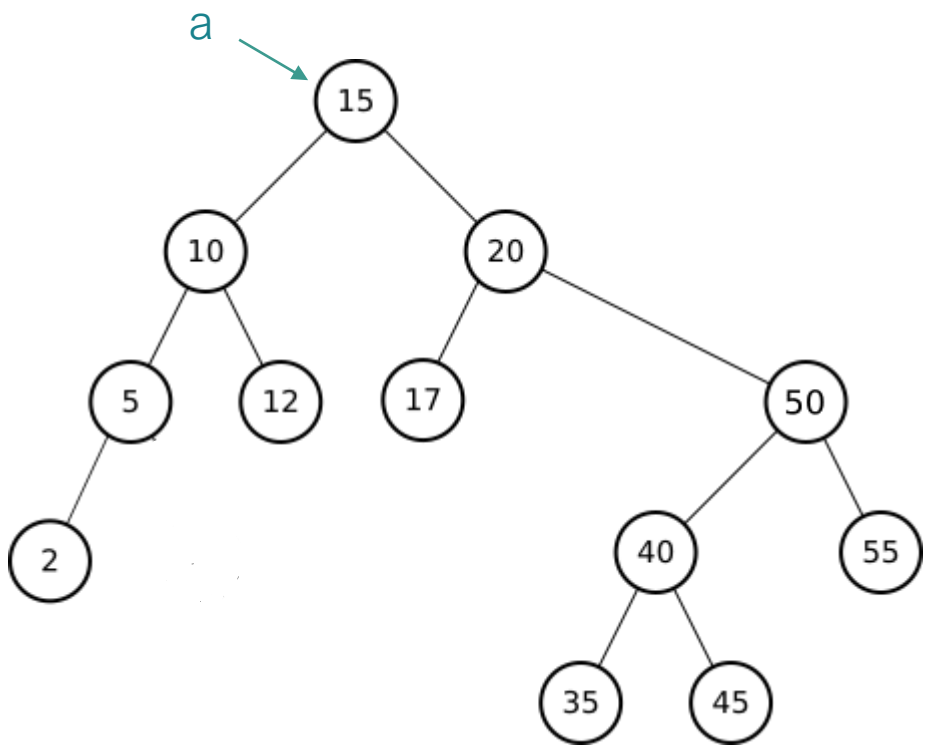
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 6)

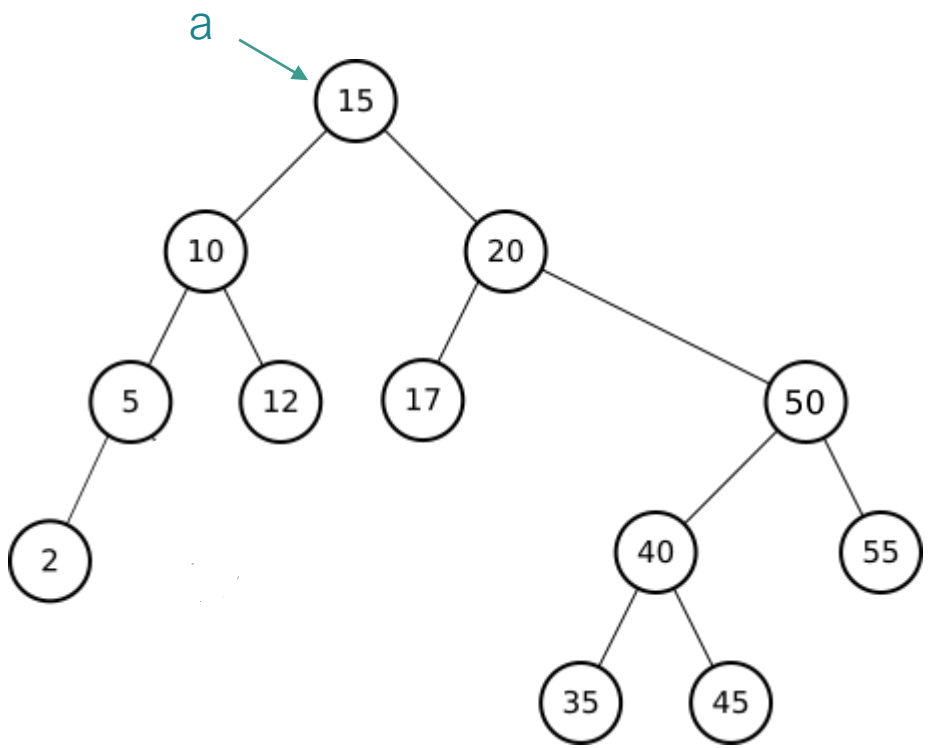
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
          fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

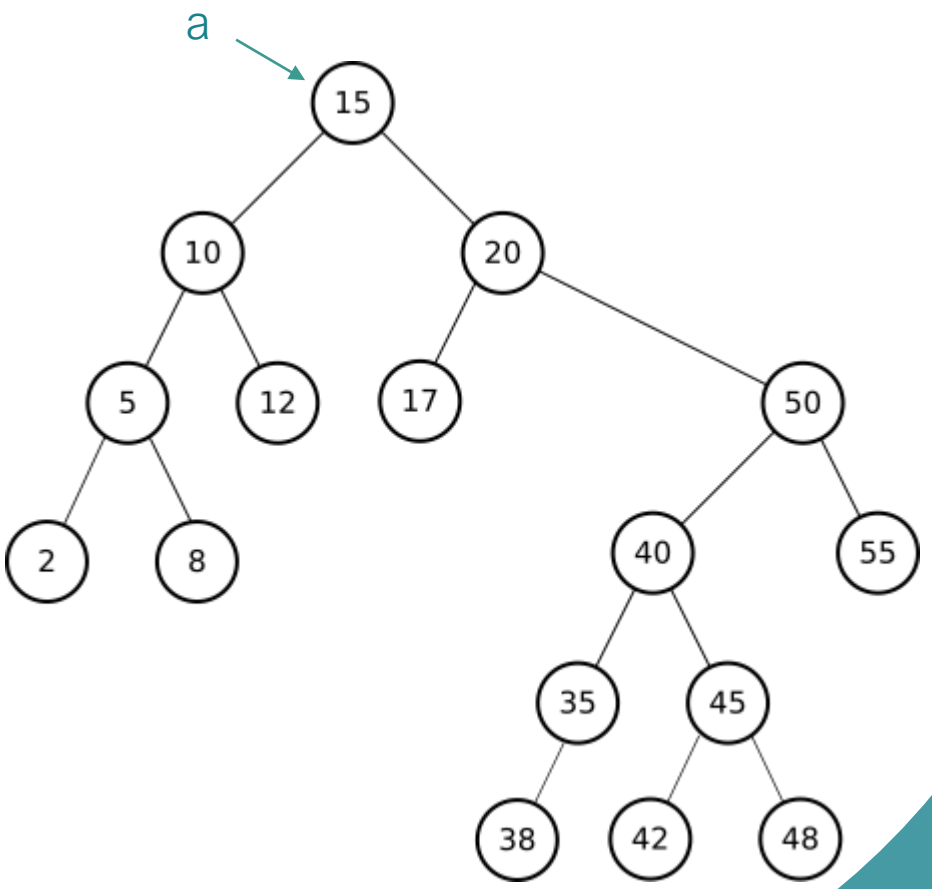
- Algorithme : suppression (a, 6)

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

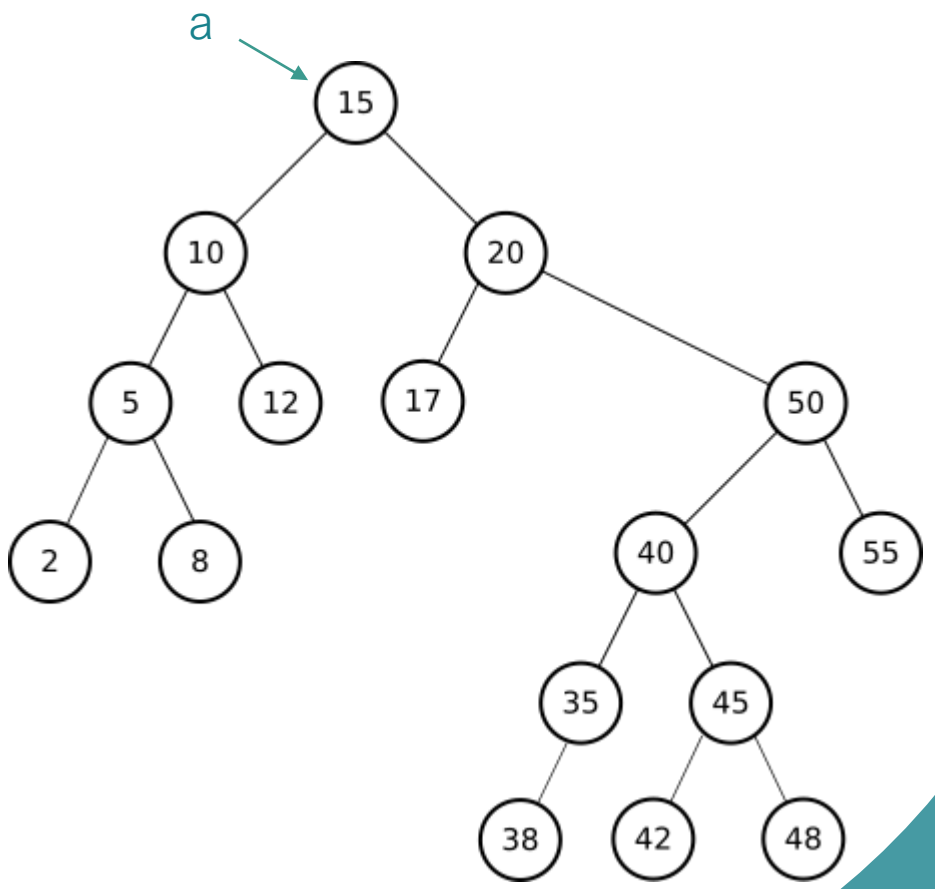
- Algorithme : suppression (a, 50)



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

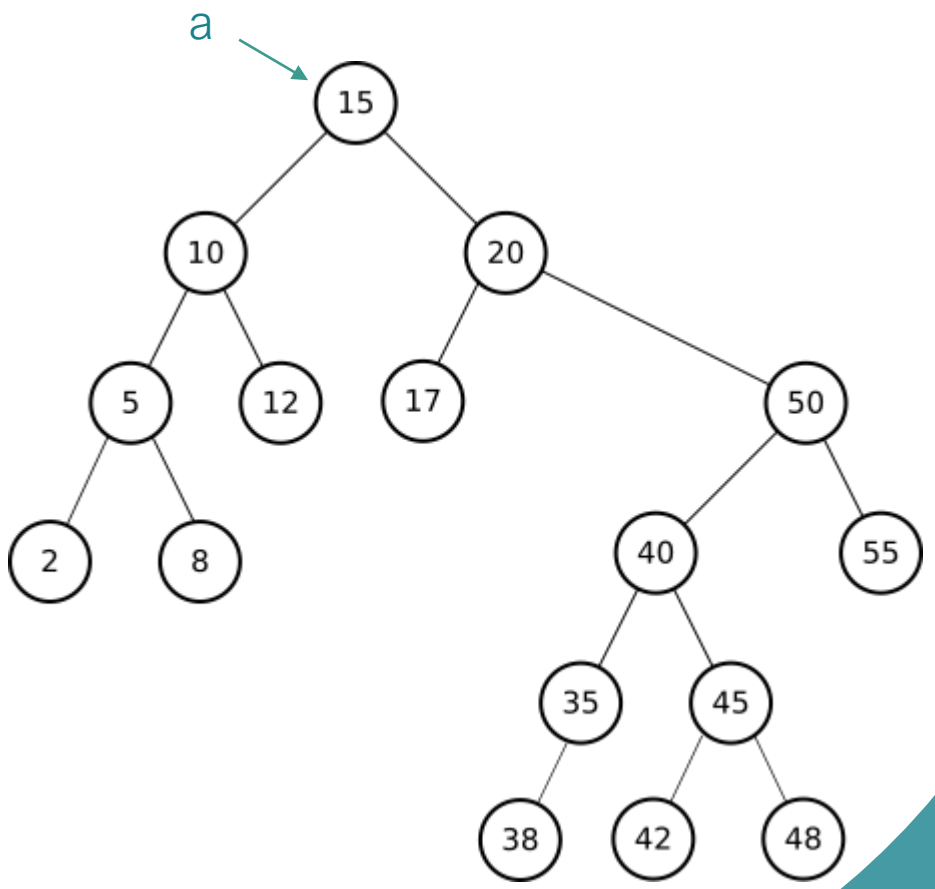
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

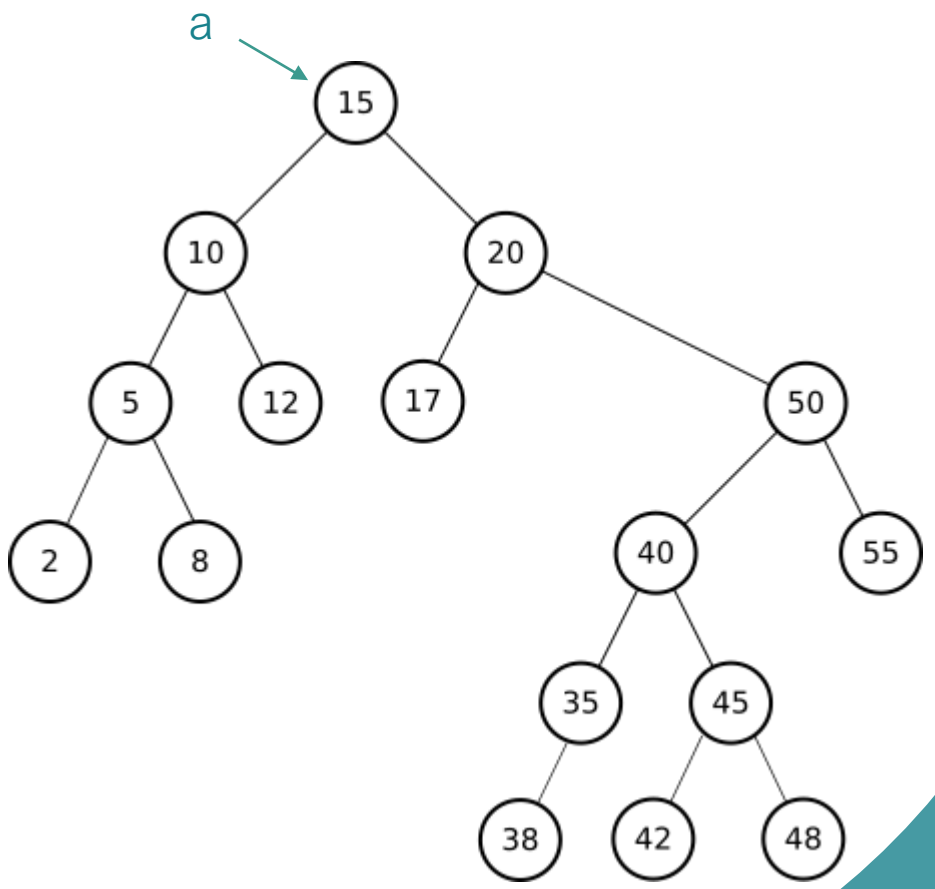
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

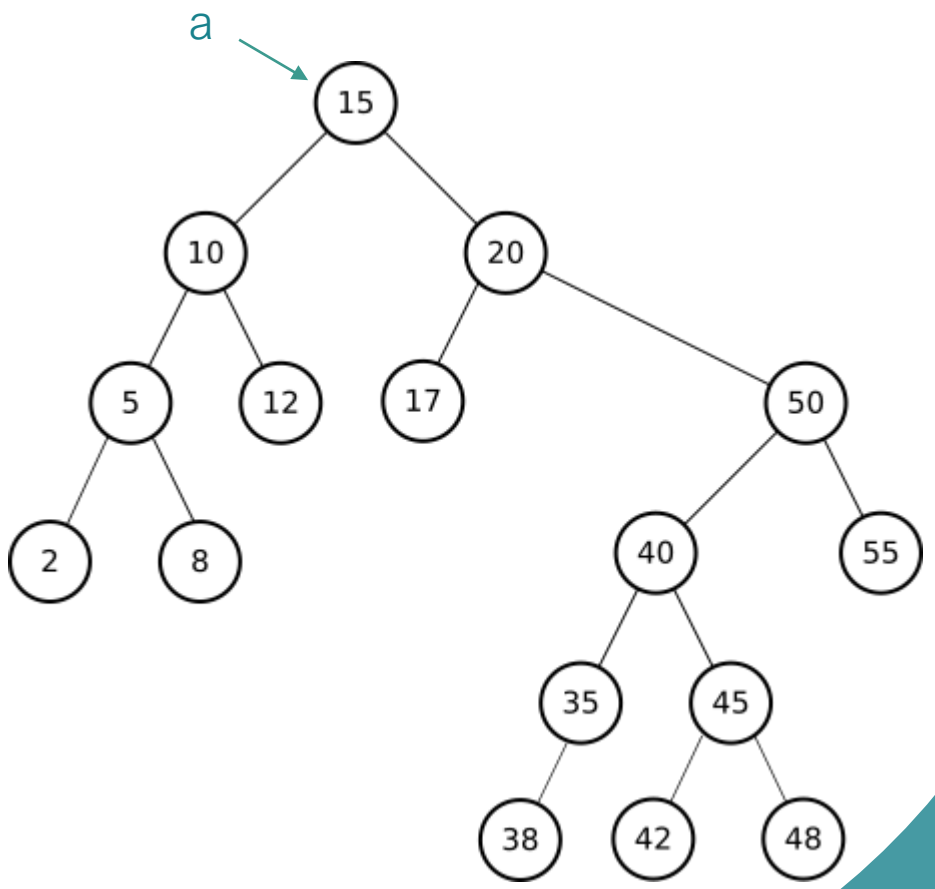
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

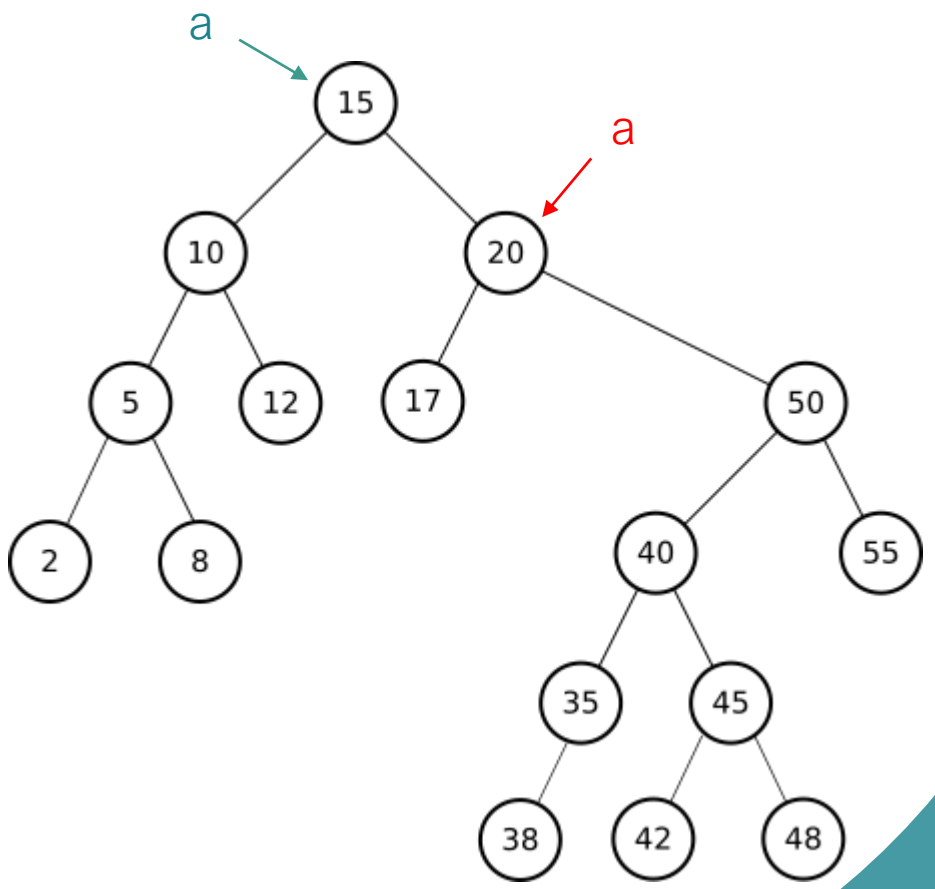
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

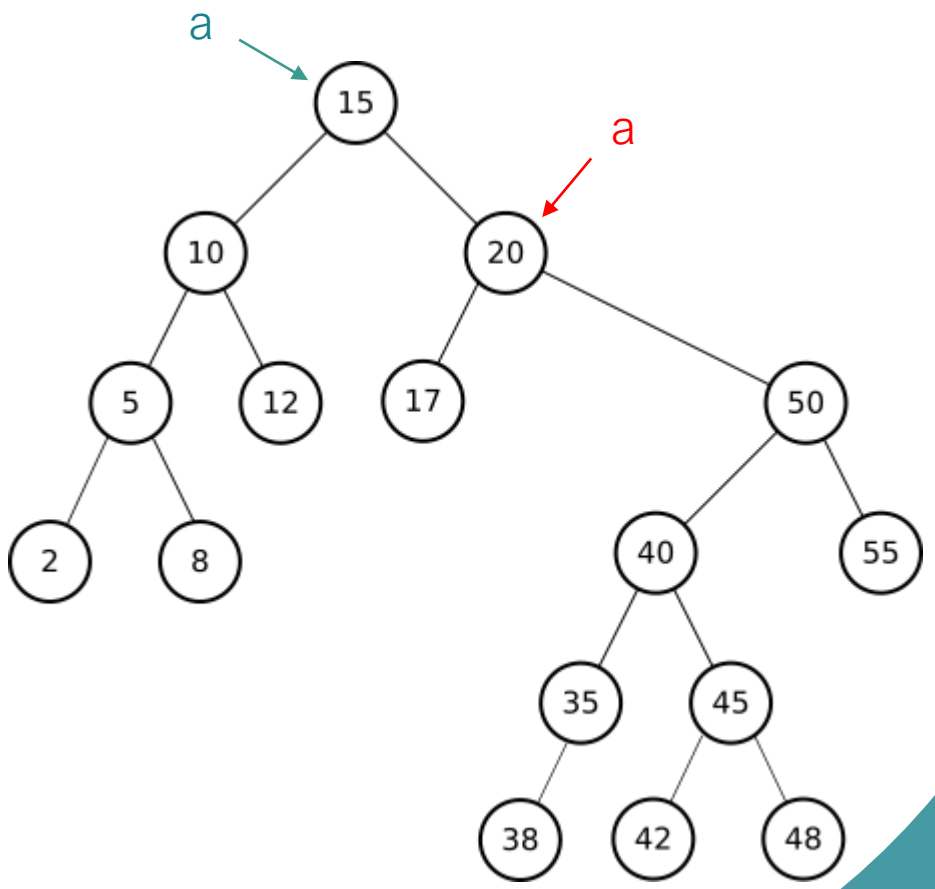
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

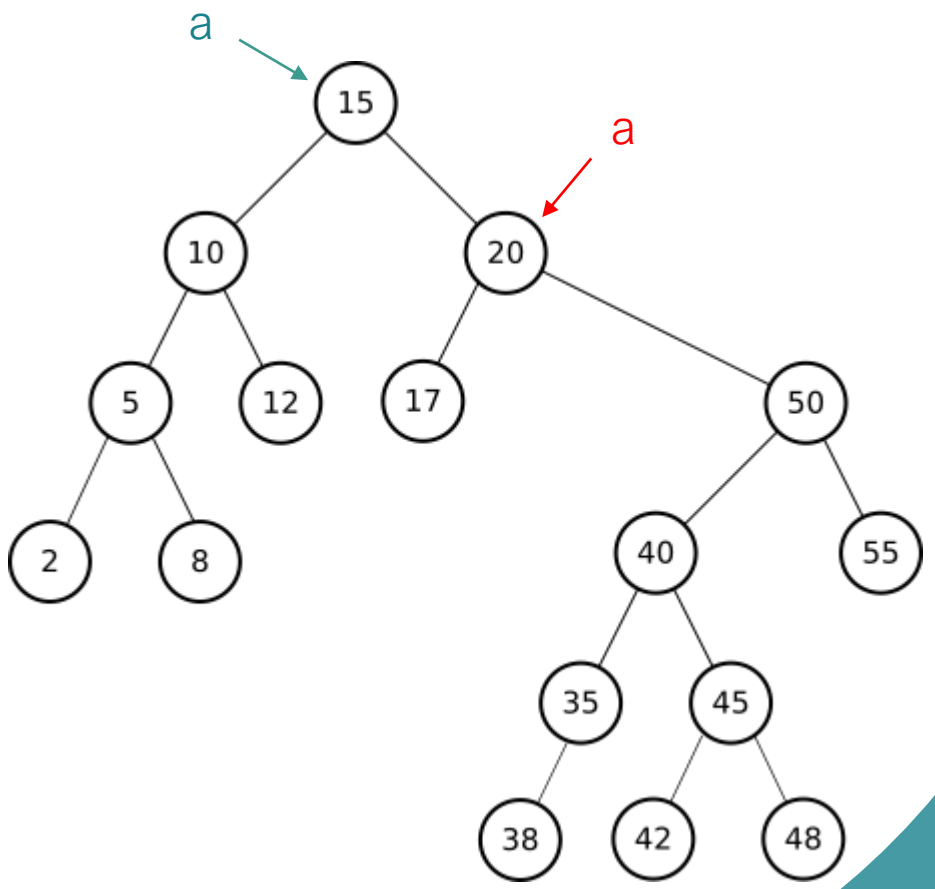
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

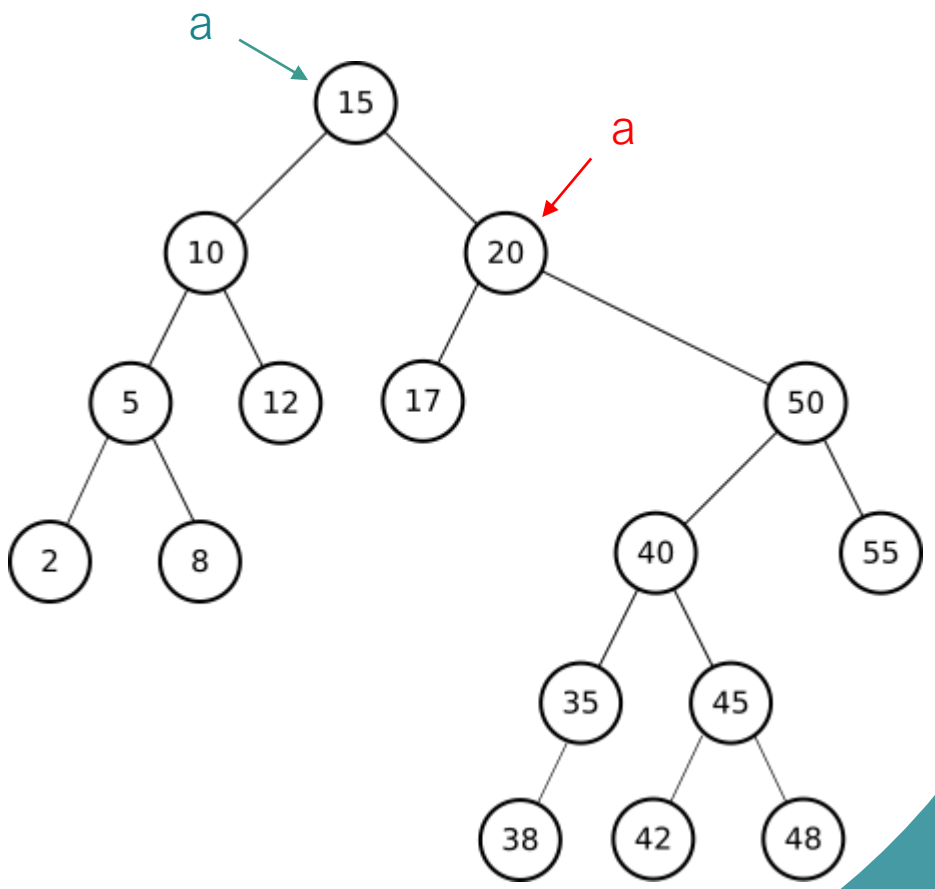
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

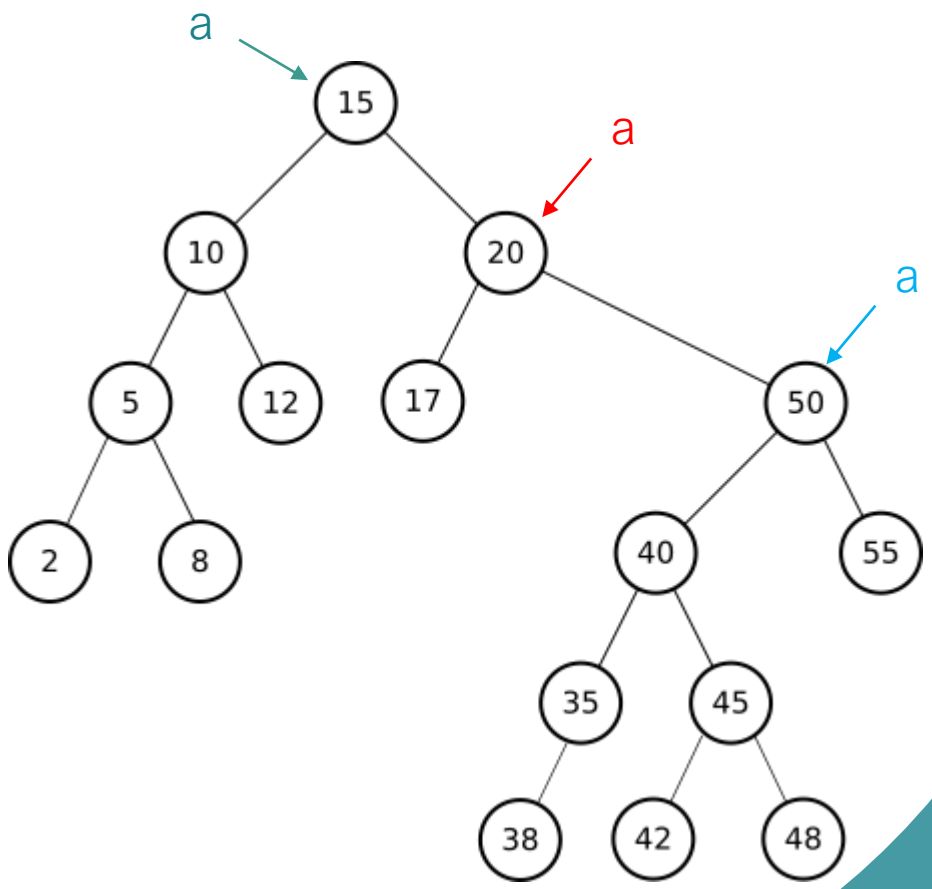
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

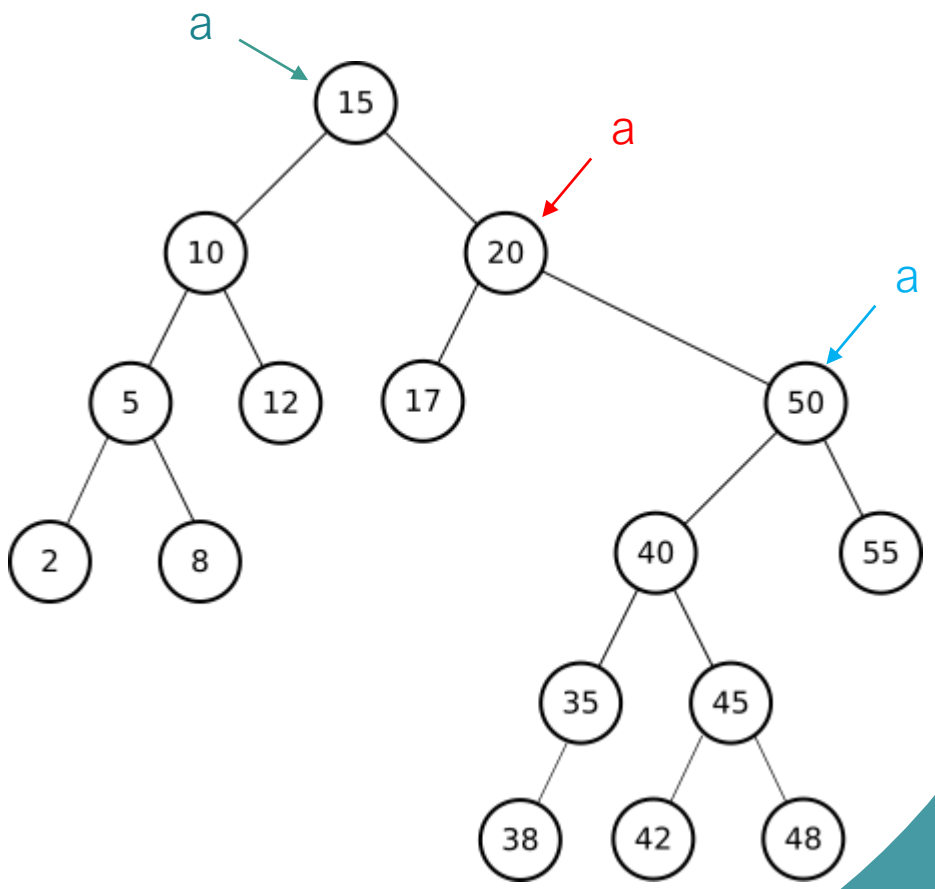
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

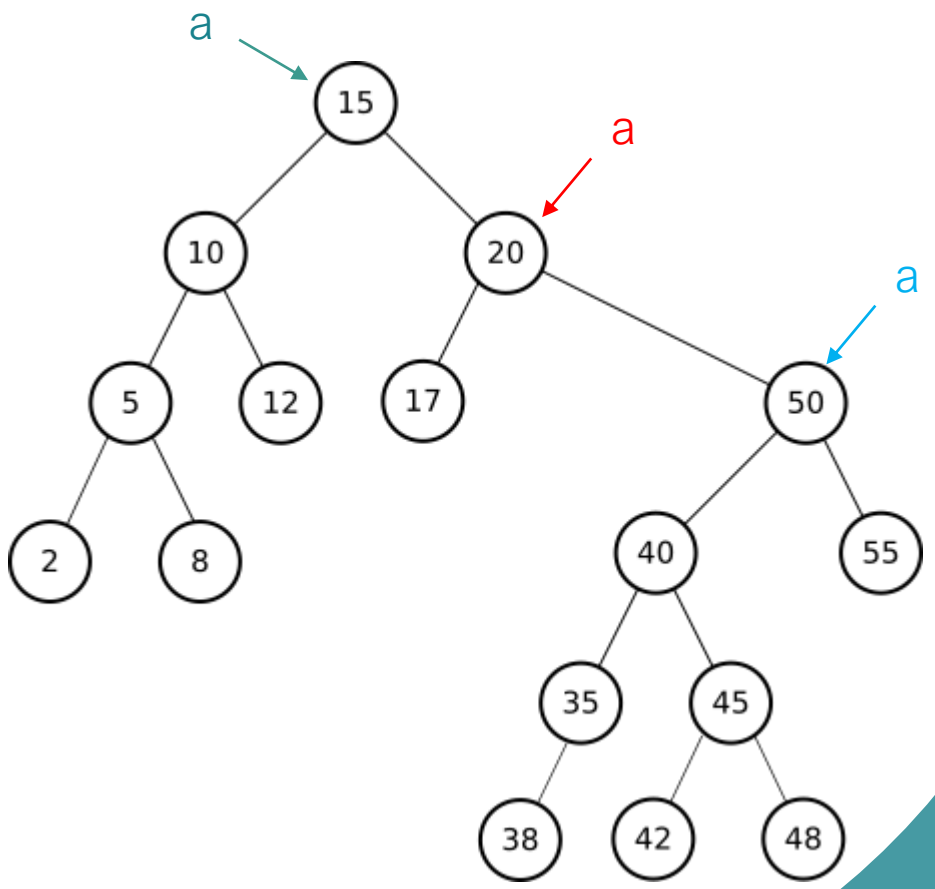
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
    // element non présent dans l'arbre
    SI (a EST EGAL A NULL) Alors
        RETOURNER a
    // parcours récursif de l'arbre
    SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
        fd(a) ← suppression(fd(a), e)
    SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
        fg(a) ← suppression(fg(a), e)
    // élément trouvé : remplacement par fils unique
    SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
        tmp ← a
        a ← fd(a)
        libérer(tmp)
    // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
    SINON
        fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
    FIN SI
    RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

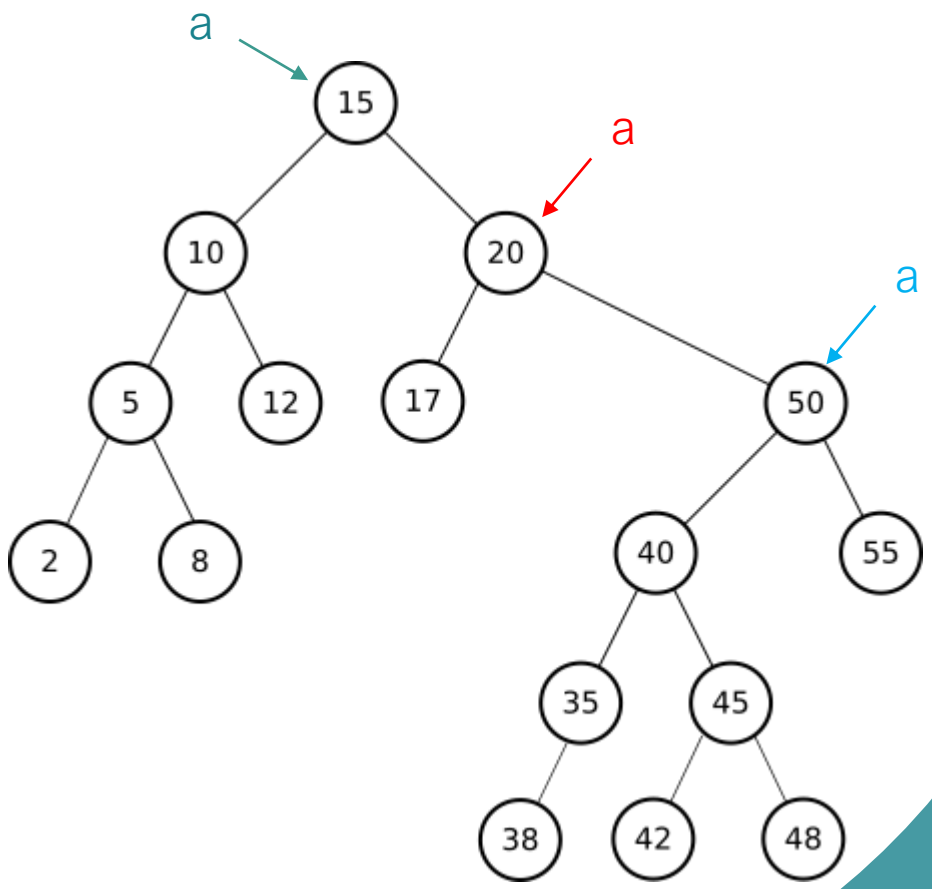
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

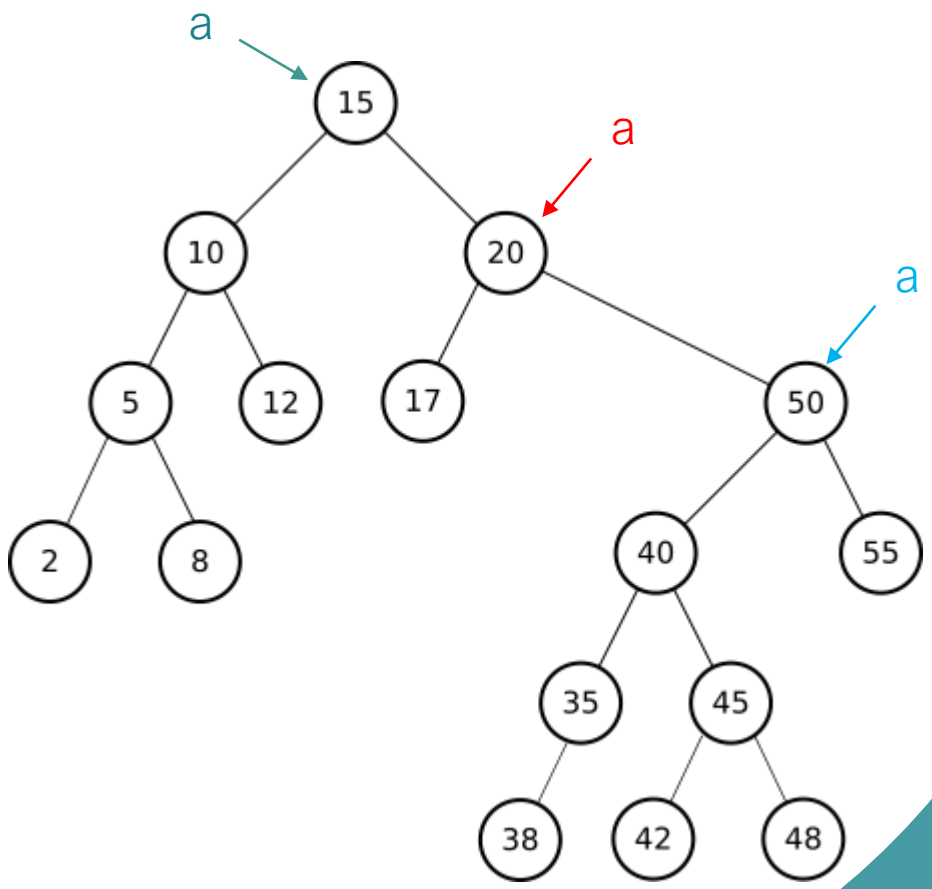
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

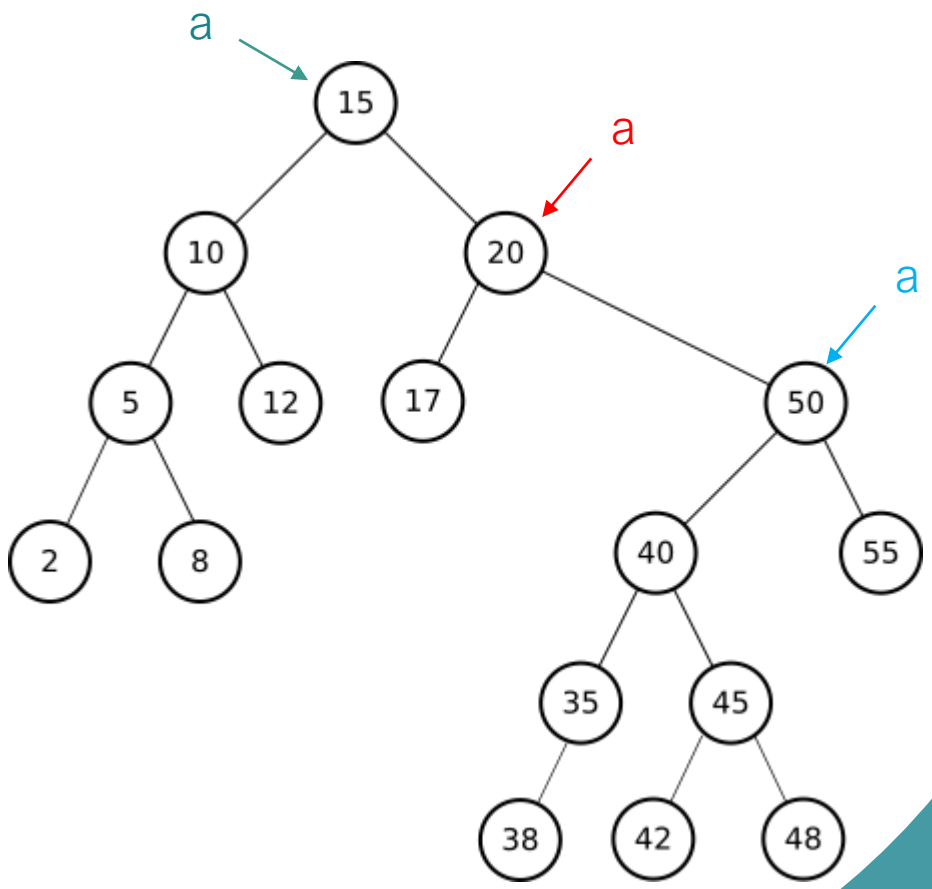
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

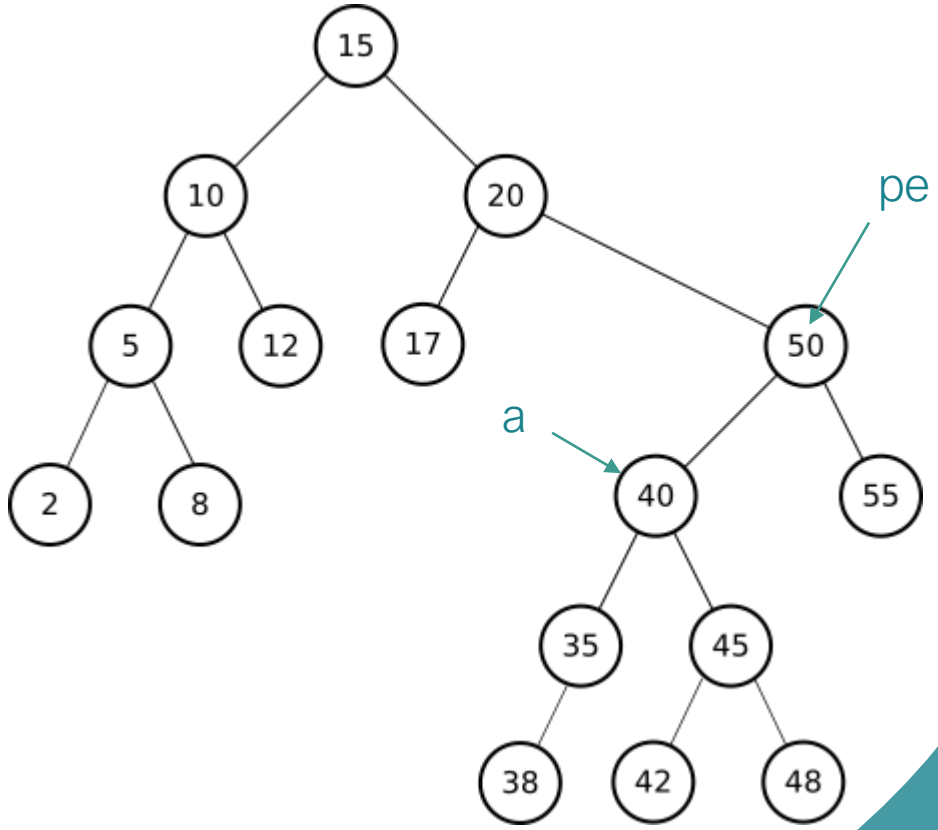
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

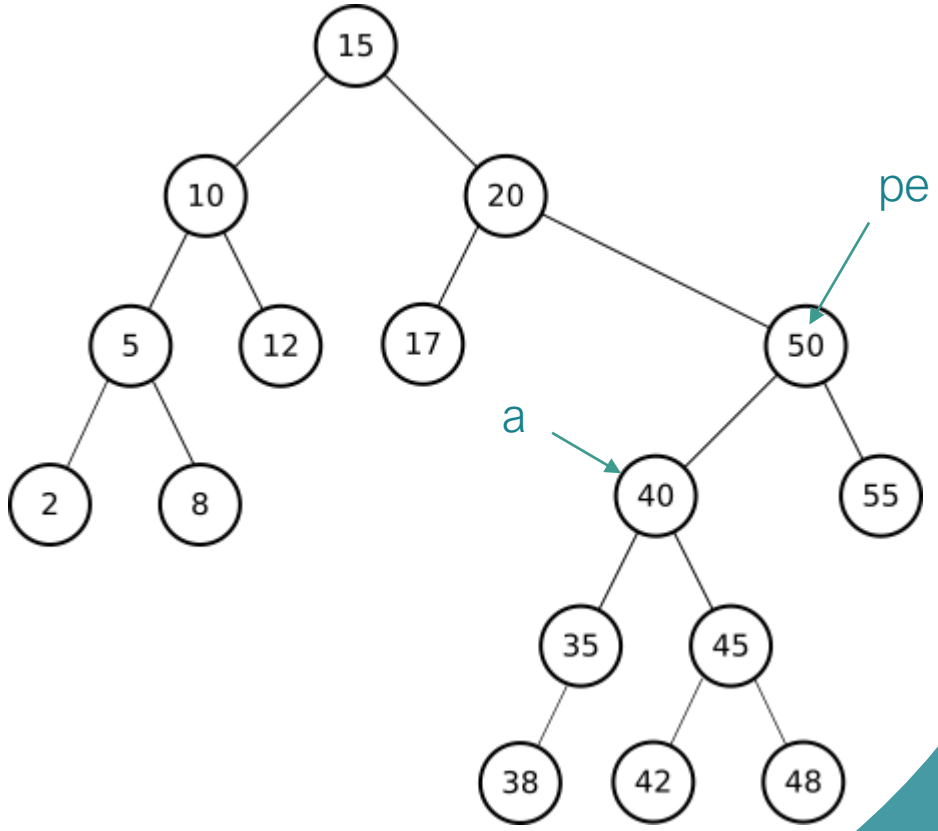
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
          fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

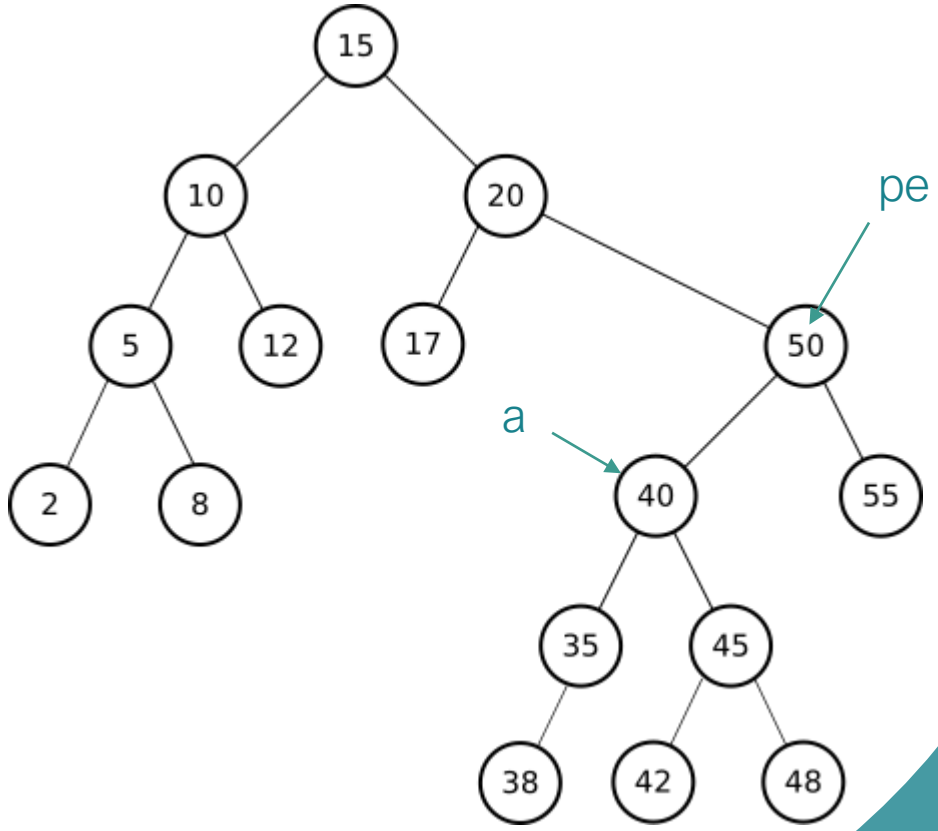
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
          fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

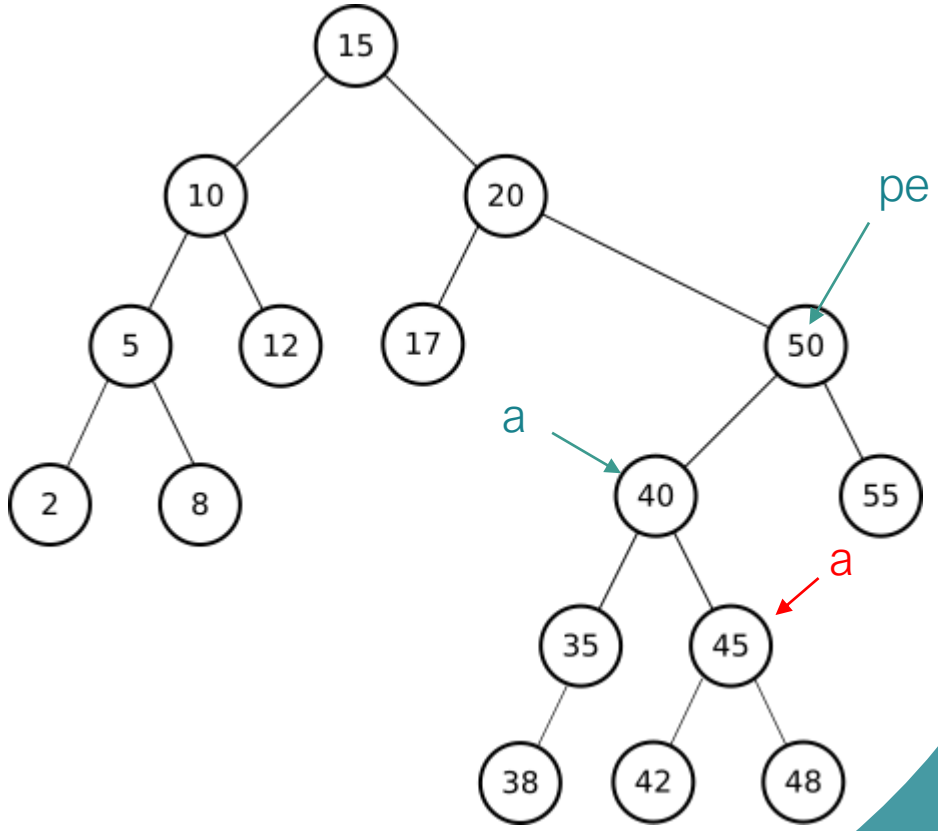
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
       ➡ fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

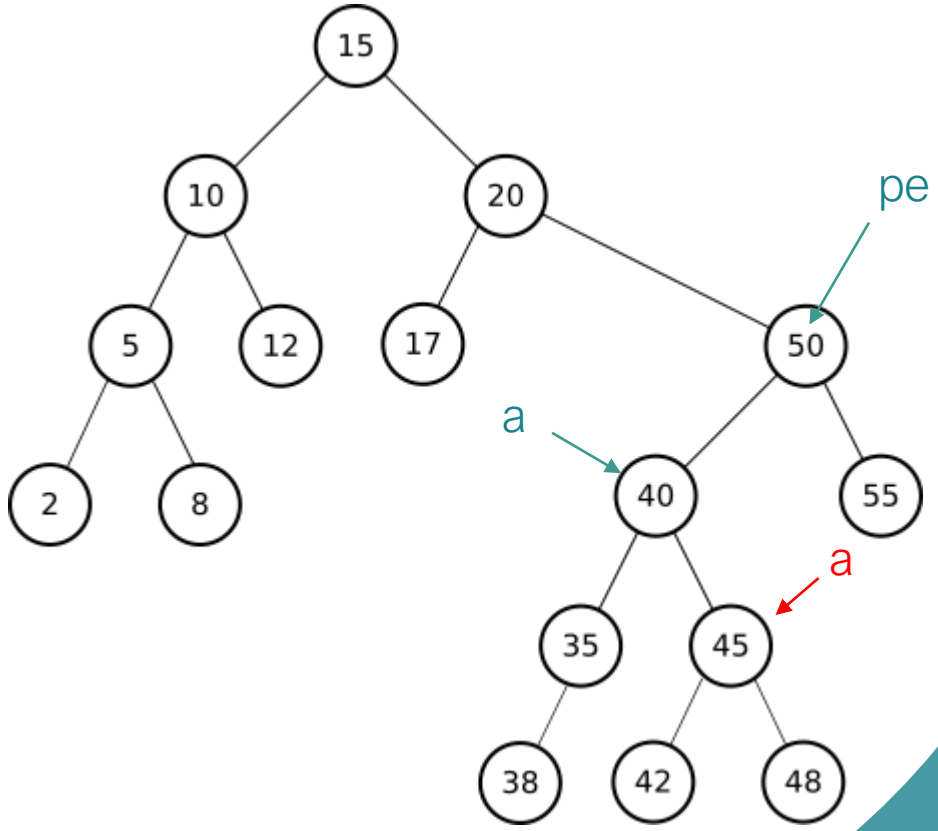
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
       fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

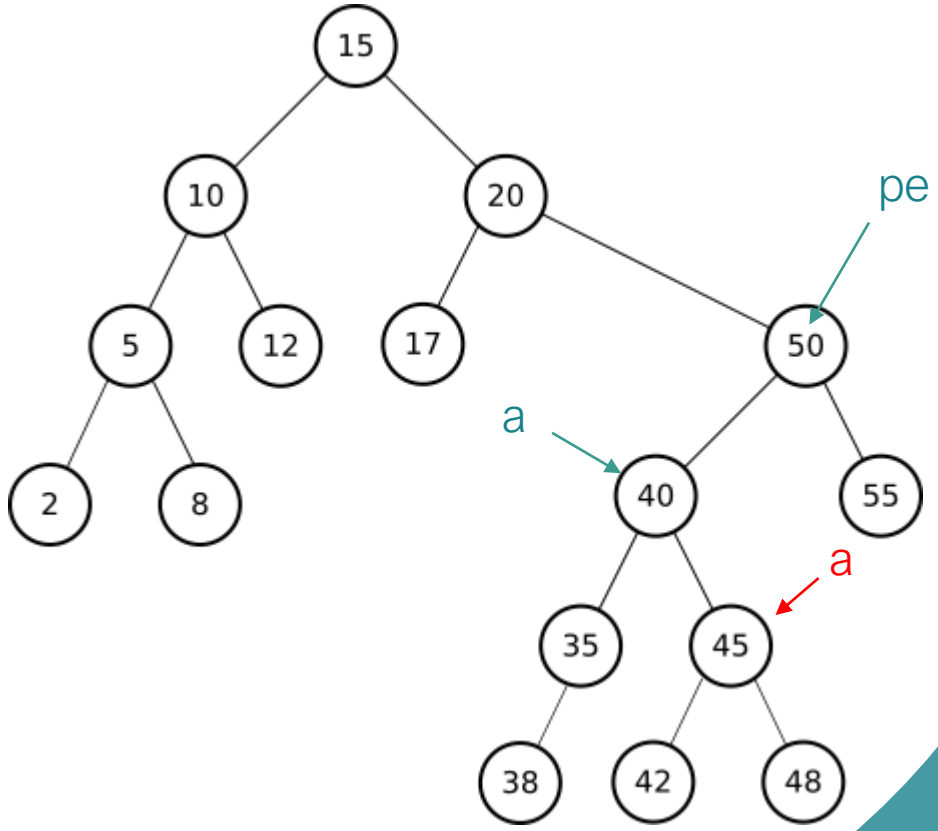
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

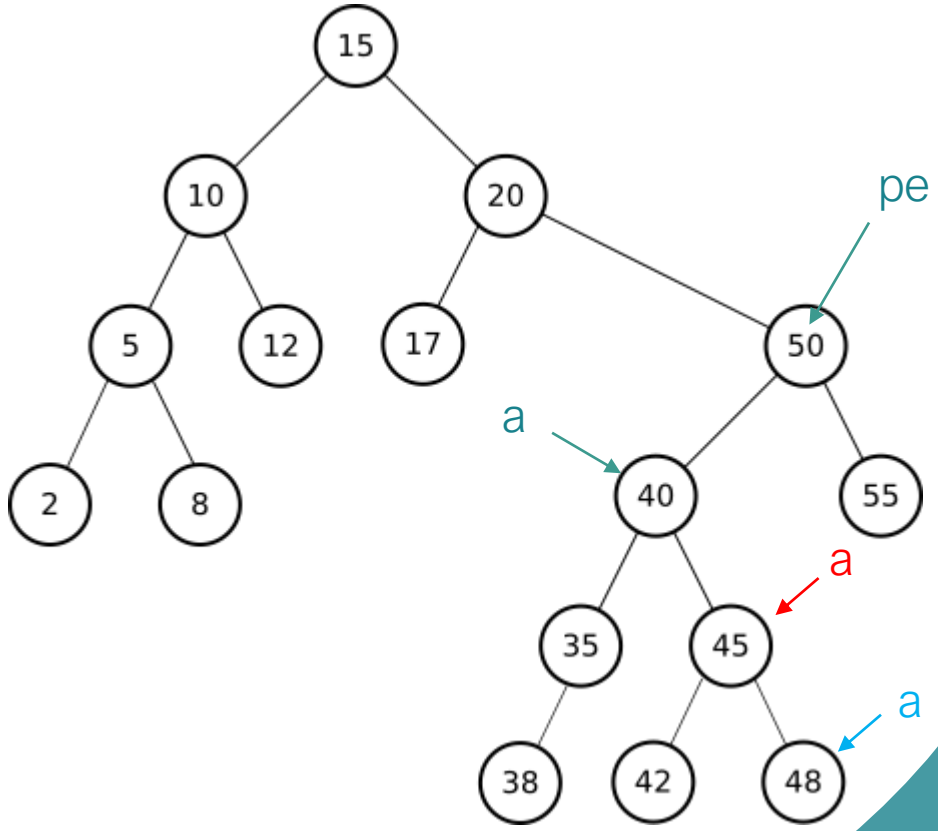
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

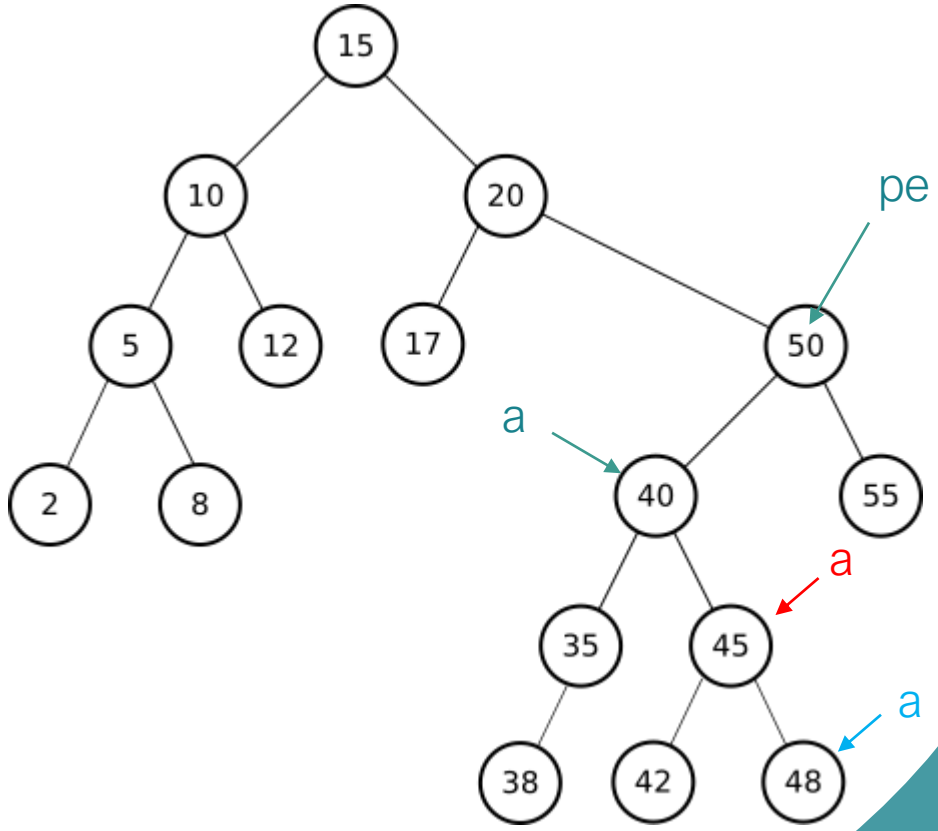
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
          fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

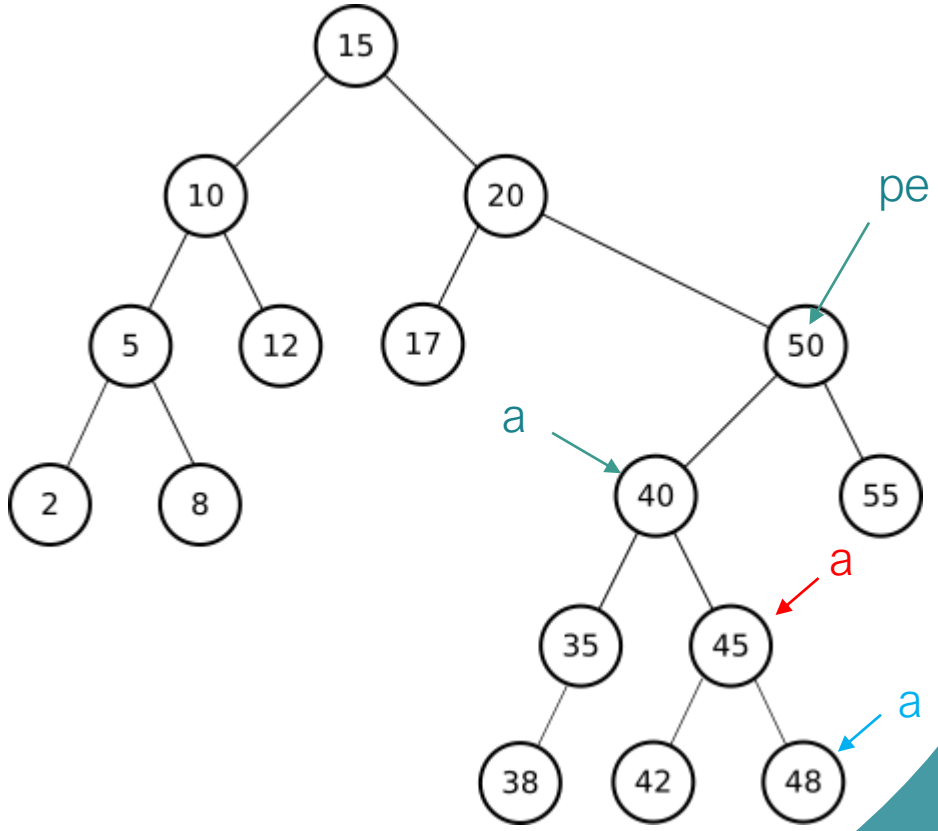
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

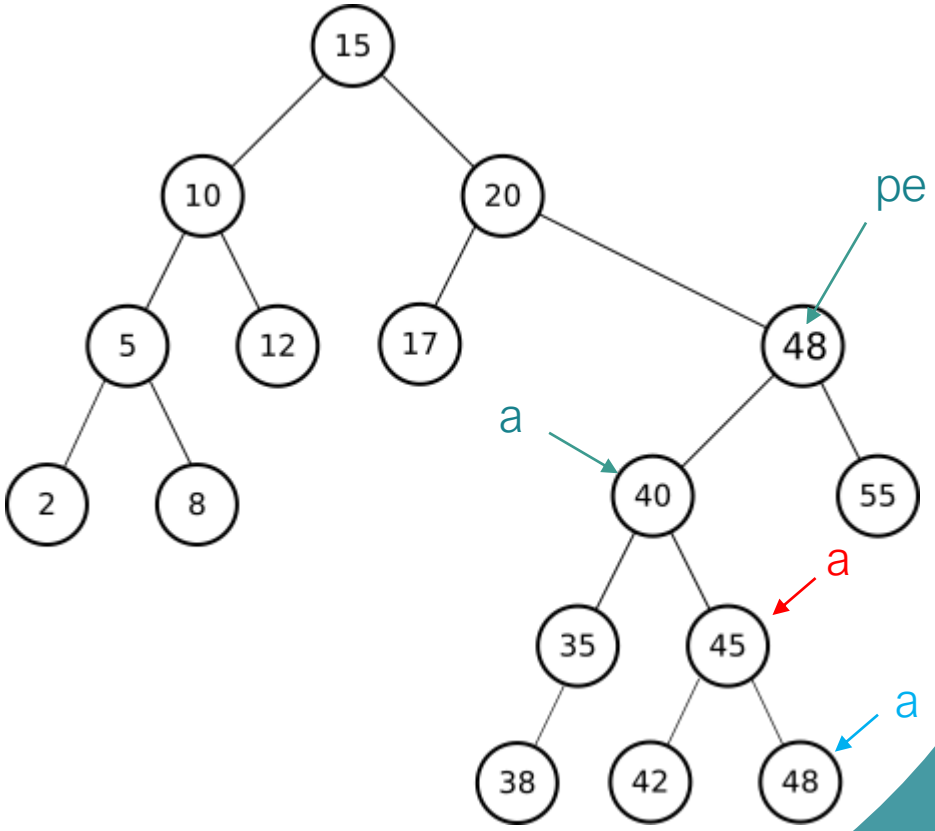
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
        *pe ← element(a)
        tmp ← a
        a ← fg(a)
        libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

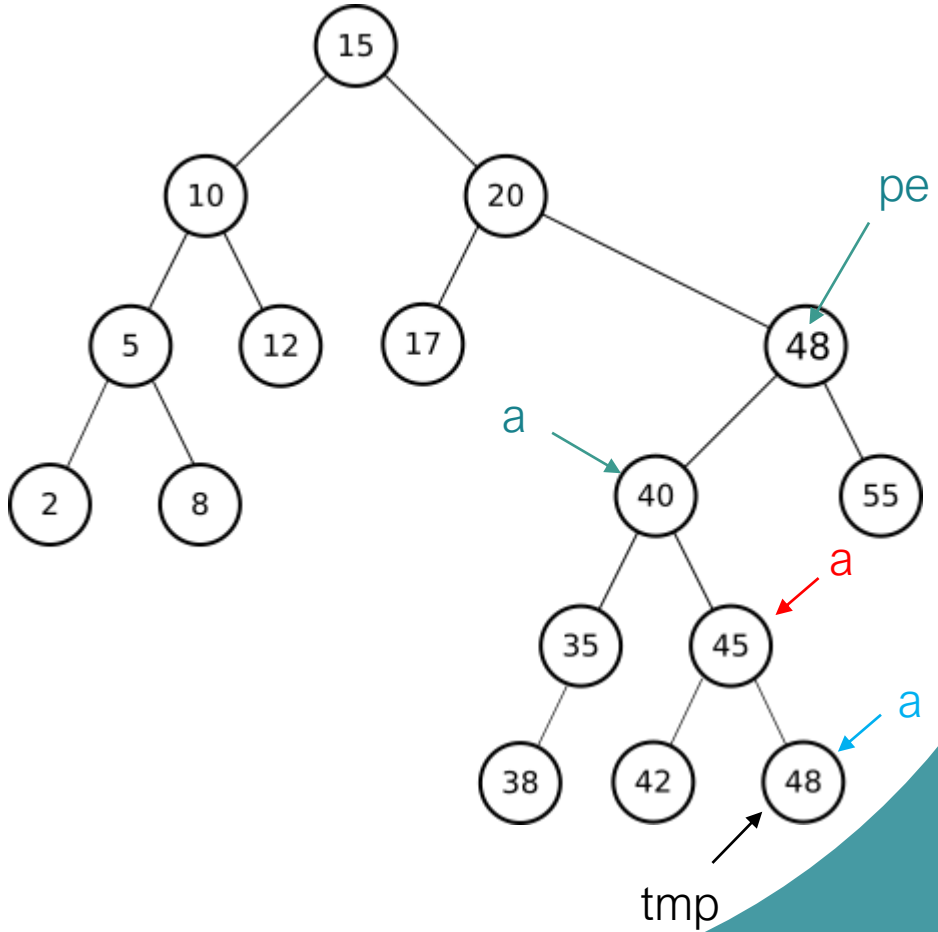
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

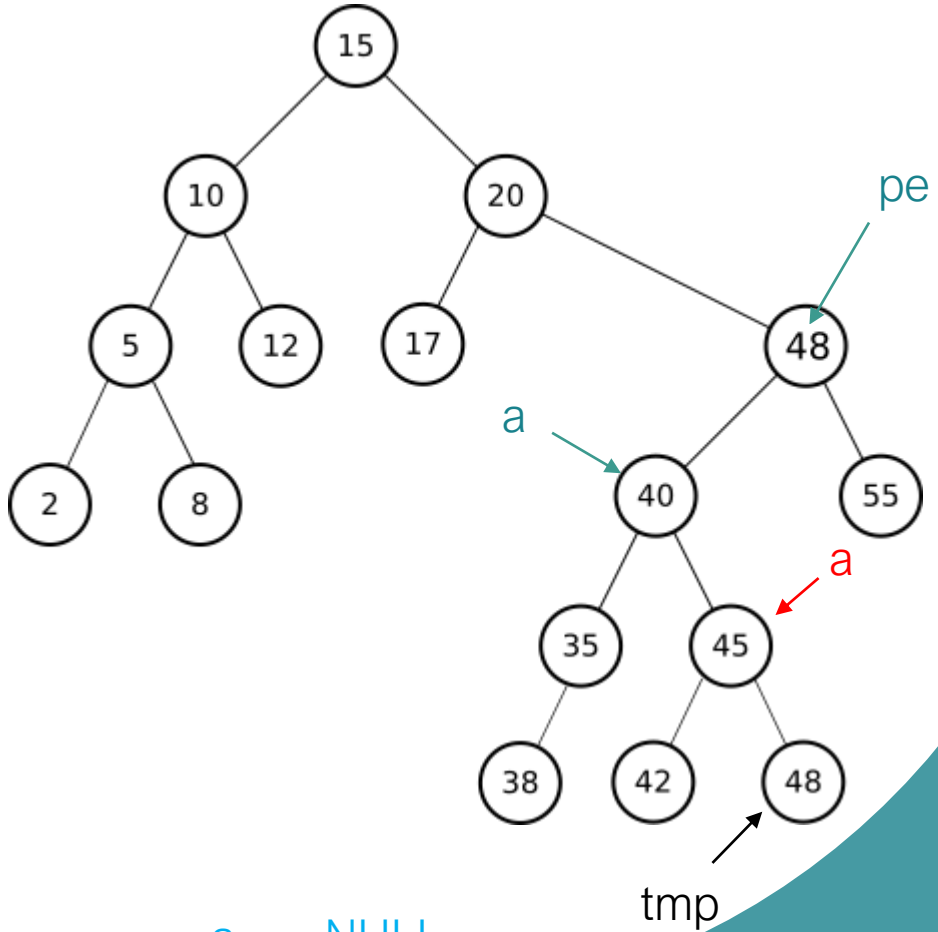
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

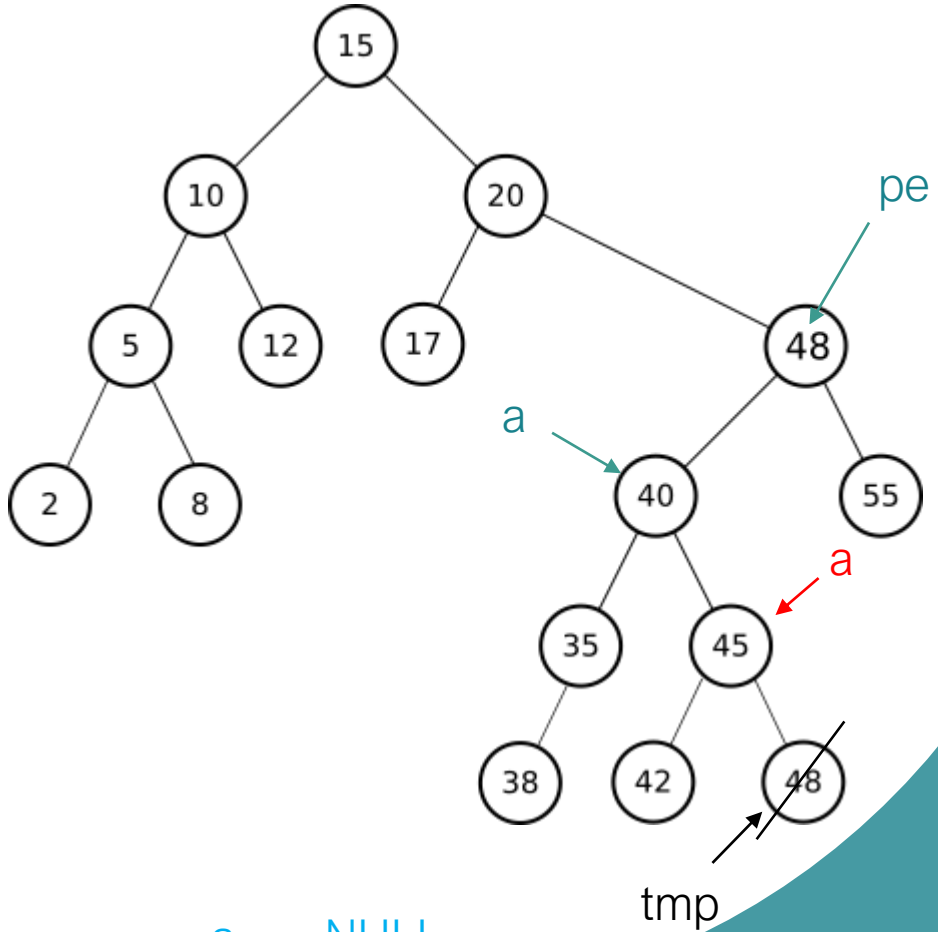
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

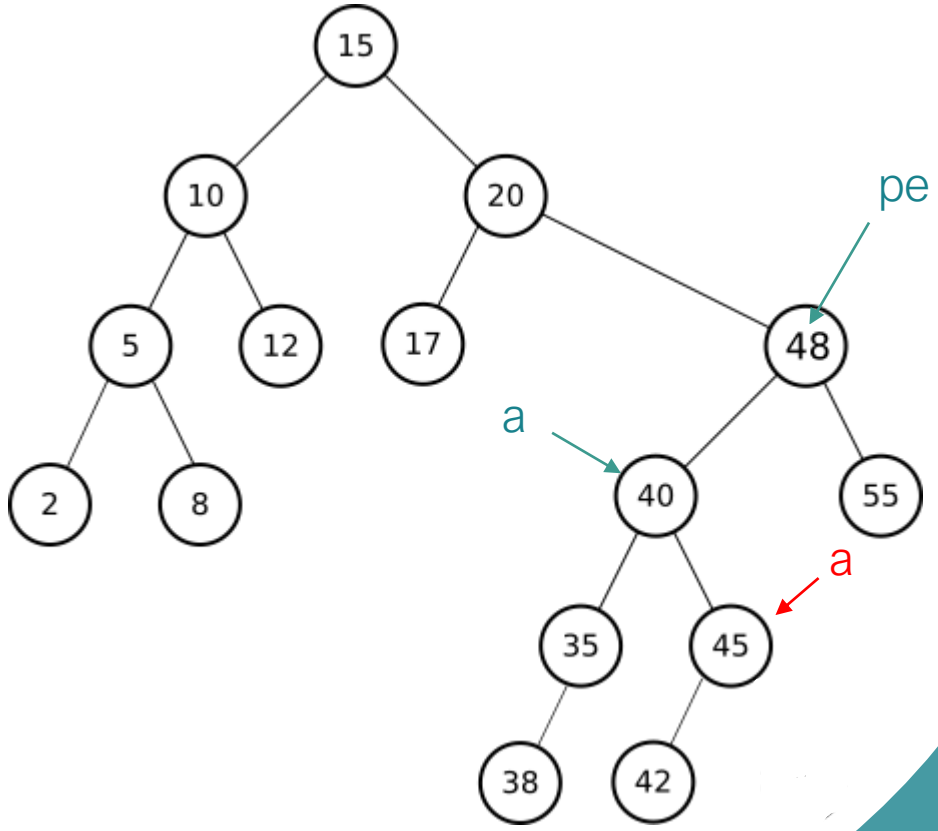
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
   RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

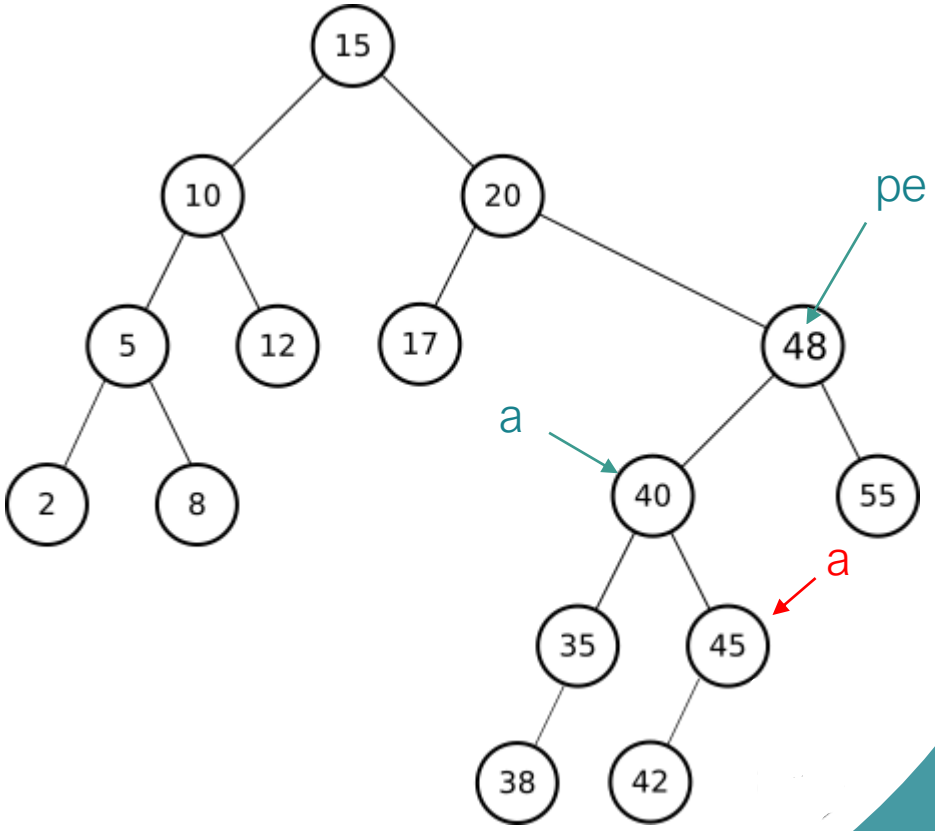
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
        fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

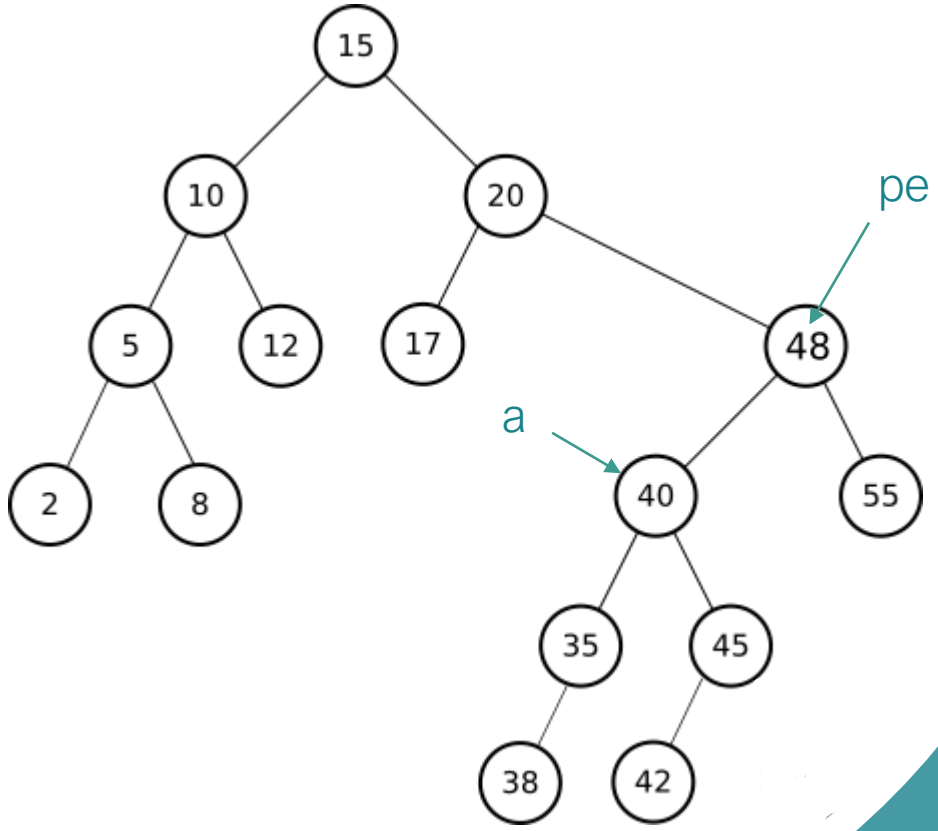
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
       ➡ fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
   ➡ RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

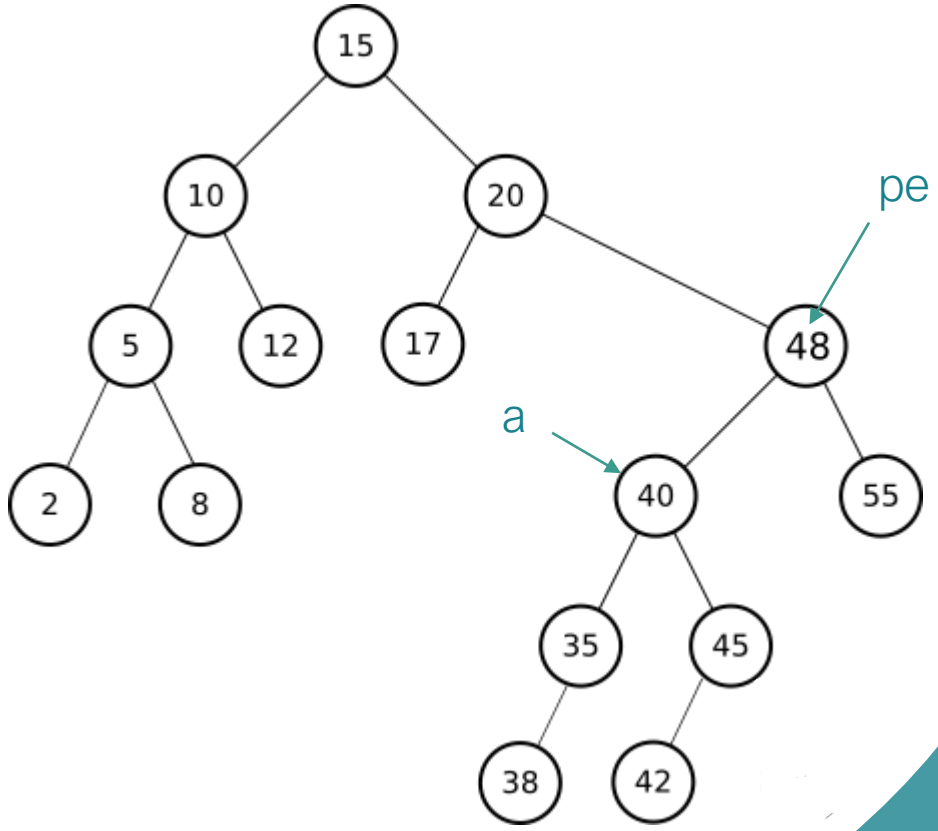
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
       ➡ fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a,50)

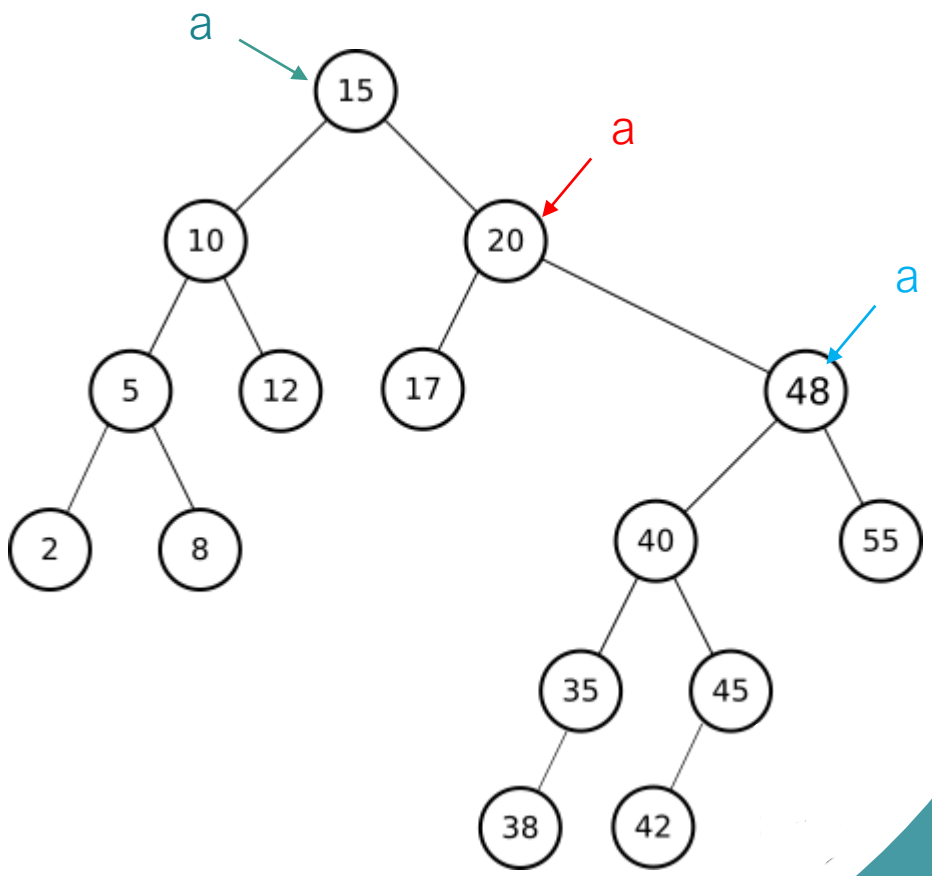
```
FONCTION suppMax(a: arbre, pe:  Ptr sur Element) :
ptr sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // on rappelle la fonction avec le fils droit
     SI (existeFilsDroit(a)) Alors
          fd(a) ← suppMax(fd(a), pe)
     // Si plus de fils droit, on a le successeur
     SINON
          *pe ← element(a)
          tmp ← a
          a ← fg(a)
          libérer(tmp)
     FIN SI
   ➡ RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

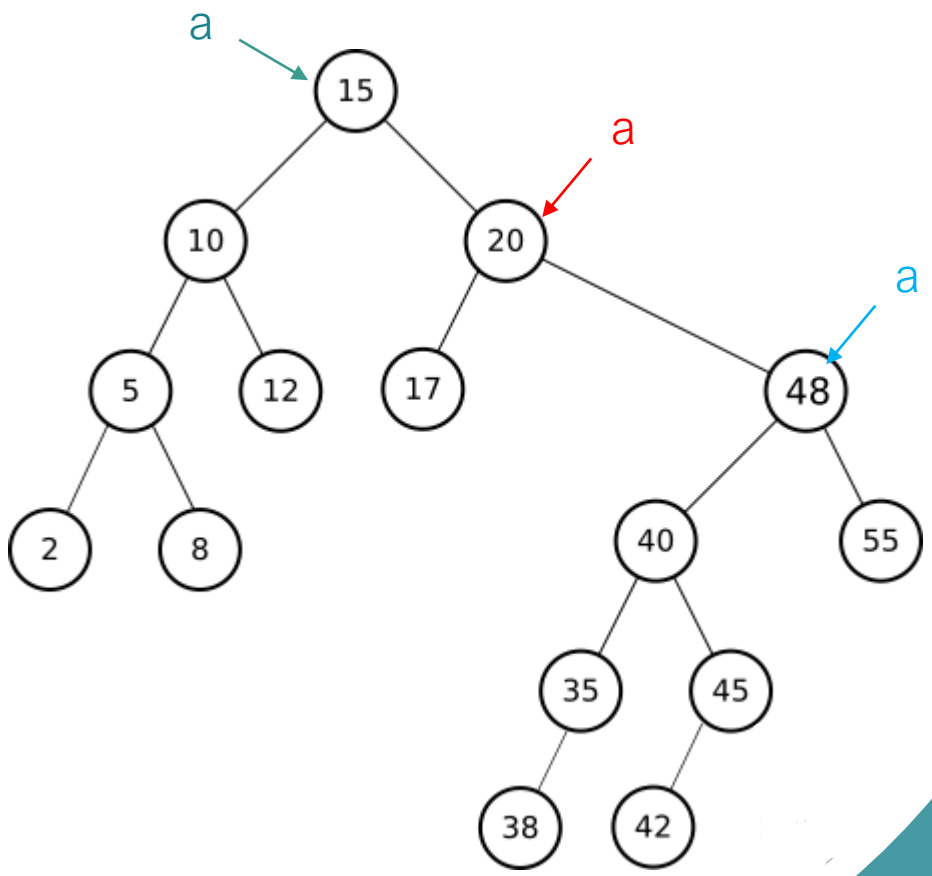
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

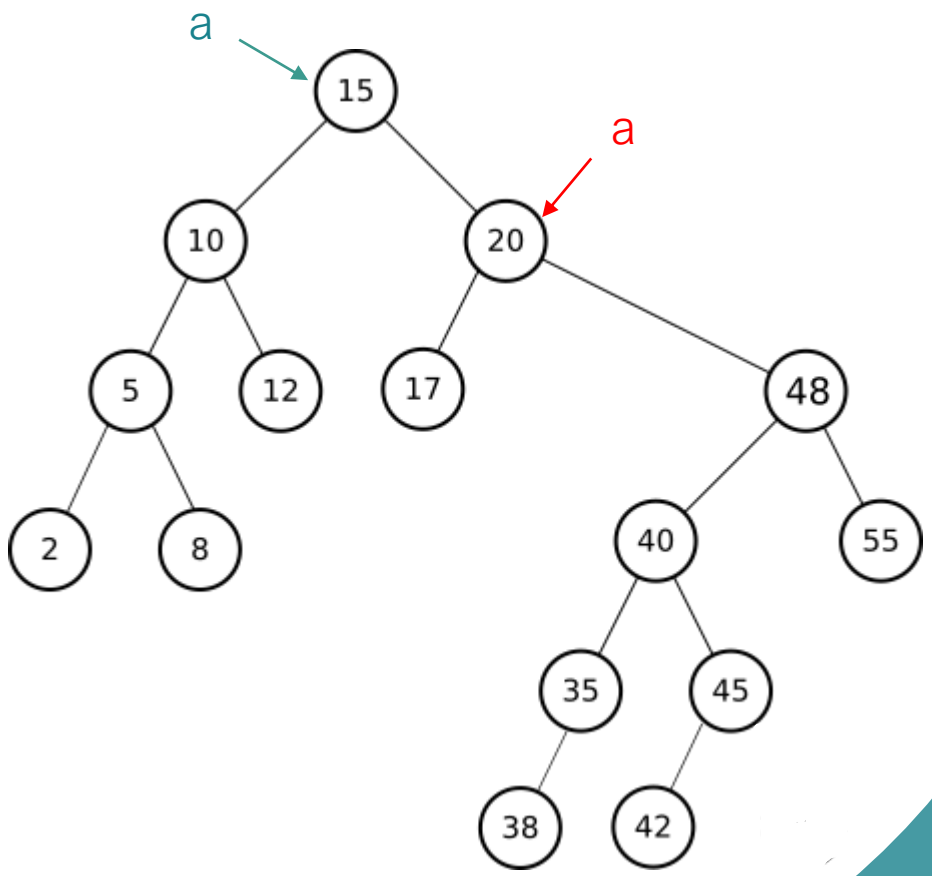
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

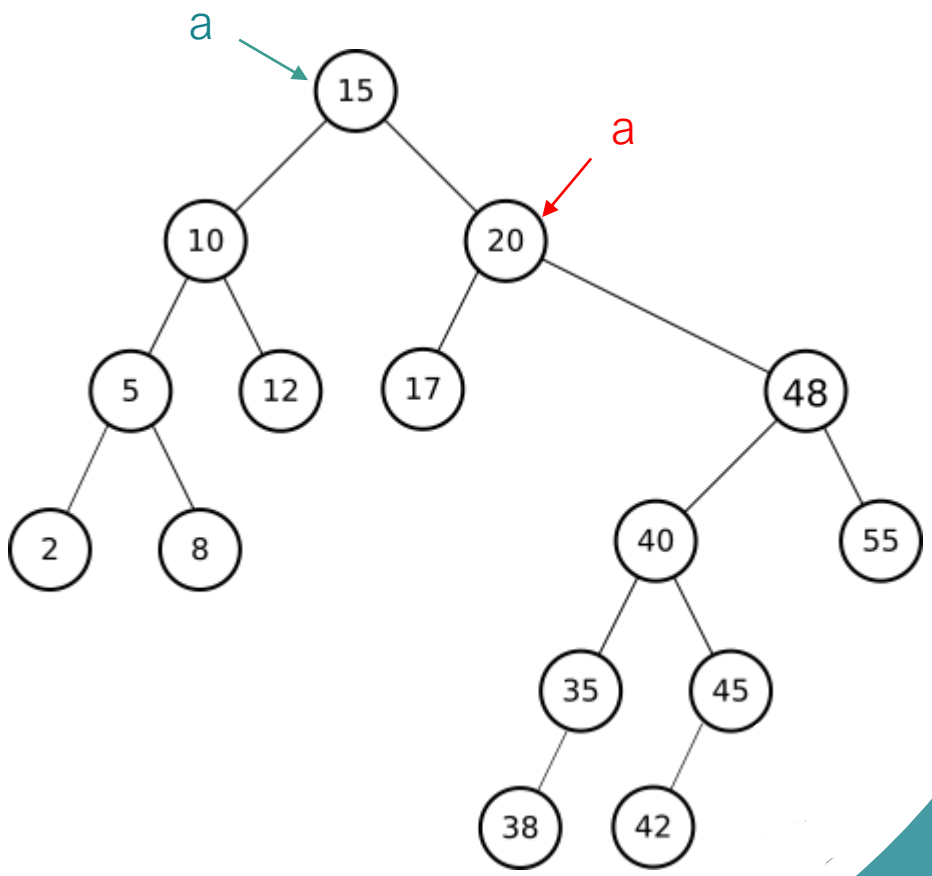
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

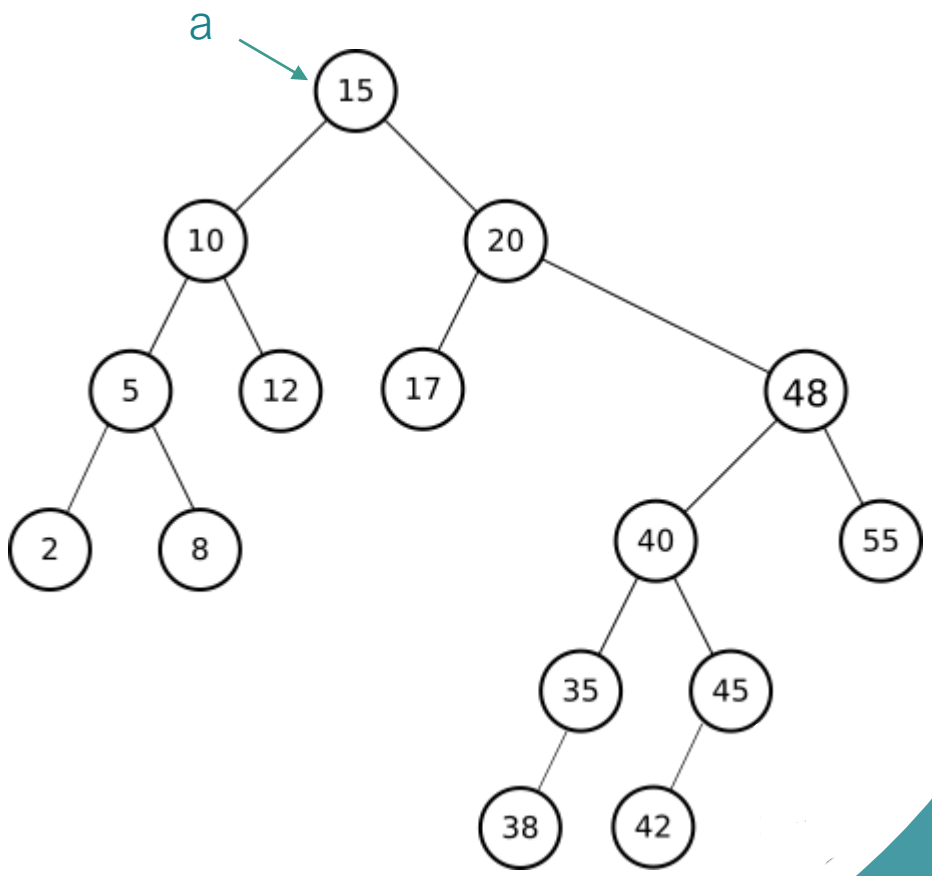
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
  ➡  RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

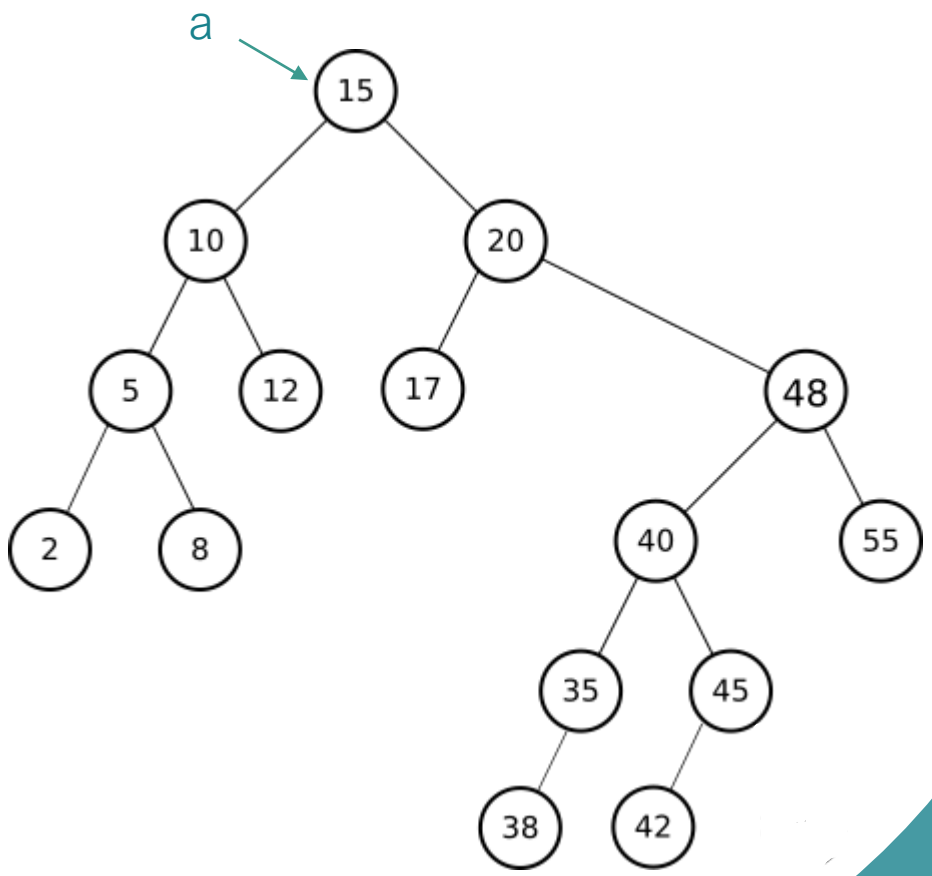
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
       ➡ fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

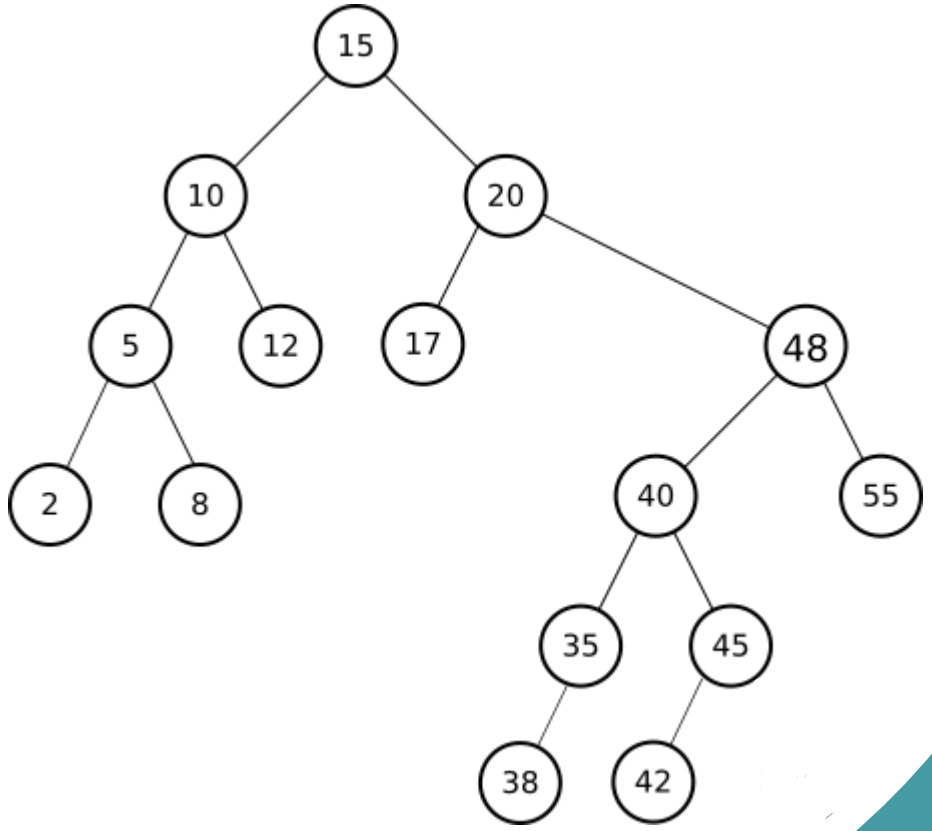
```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



ABR : opération de suppression

- Algorithme : suppression (a, 50)

```
FONCTION suppression(a: pointeur sur Arbre, e: element) :
pointeur sur Arbre
VARIABLE
        tmp : ptr sur Arbre
DEBUT
     // element non présent dans l'arbre
     SI (a EST EGAL A NULL) Alors
          RETOURNER a
     // parcours récursif de l'arbre
     SINON SI (e SUP. STRICT. A element(a))
          fd(a) ← suppression(fd(a), e)
     SINON SI (e INF. STRICT. A element(a))
           fg(a) ← suppression(fg(a), e)
     // élément trouvé : remplacement par fils unique
     SINON SI NON (existeFilsGauche(a))
          tmp ← a
          a ← fd(a)
          libérer(tmp)
     // élément trouvé : remplacement par prédécesseur
     SINON
          fg(a) ← suppMax(fg(a), adresse(element(a))
     FIN SI
     RETOURNER a
FIN
```



Résumé

- Les arbres binaires de recherche sont des arbres binaires dont les éléments respectent une relation d'ordre :
  - tout élément d'un sous-arbre gauche doit être inférieur strictement à la racine
  - tout élément d'un sous-arbre droit doit être supérieur strictement à la racine
  - Dans notre cours, nous imposons un cas particulier : l'arbre ne contient que des valeurs distinctes d'éléments

- Cette structure permet d'accélérer les opérations de recherche (O(log_2) plutôt que O(n) pour les arbres binaires classiques.

- Les opérations d'insertions et de suppressions doivent maintenir la relation d'ordre.

- Il existe encore d'autres moyens d'optimiser la recherche dans un ABR : c'est le sujet du prochain cours !