Electromagnétisme 1

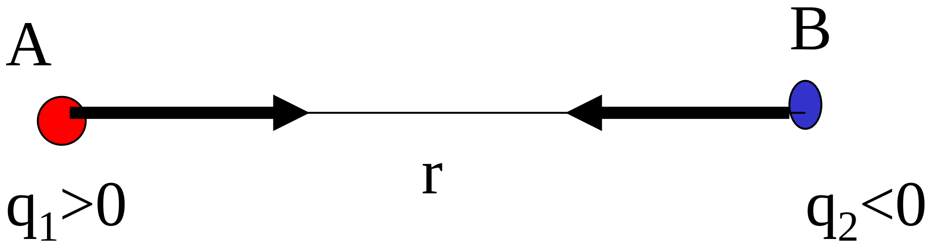
Chapitre 1

Le champ électrostatique

I. Force électrostatique

1. Loi de Coulomb

•



La Force d'interaction électrostatique entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 est définie par la relation:

$$\overrightarrow{F}_{1/2} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}$$

$\overrightarrow{u}$ est le vecteur unitaire de la droite (AB)

avec K = 9.10^9 S.I (dans l'air ou le vide)

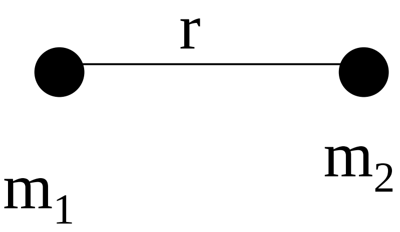
$$\vec{F}_{1/2} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}$$

$$\left|\vec{F}_{1/2}\right| = \left|\vec{F}_{2/1}\right| = F = K\frac{\left|q_1 q_2\right|}{r^2}$$

On pose $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

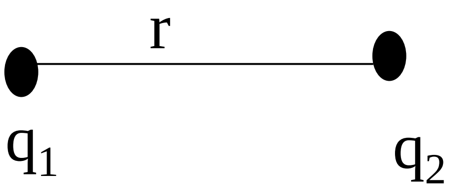
ε_0 est la permittivité de l'air ou du vide

2. Analogie avec l'interaction gravitationnelle



$$F_{gravi} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G est la constante gravitationnelle



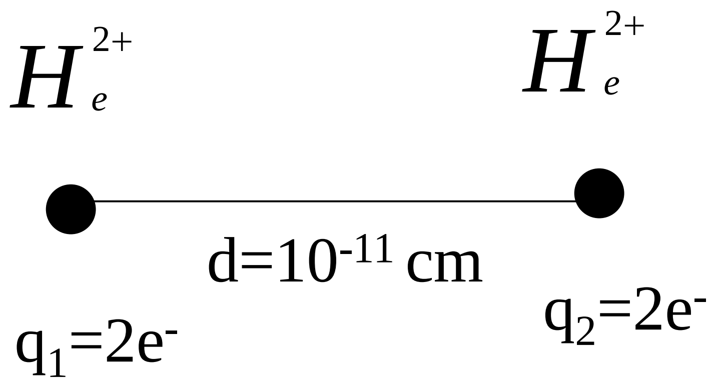
$$F_{Coulomb} = K\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

3. Exemples.

Exemple1.

Calculer La force de répulsion électrique qui existe entre deux particules α (noyau d'atome d'hélium contenant deux protons et deux neutrons) distantes de 10^{-11} cm.

Charge de l'électron $e^- = 1,6.10^{-19}$ C



Loi de Coulomb: 2 particules de mêmes signes se repoussent

$$F_{Coulomb}=K\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

AN: F = 92 10^{-3} N

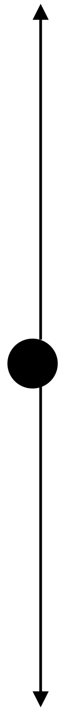
Exemple 2.

Quelle charge doit porter une particule de masse 2g, pour demeurer à l’équilibre dans le laboratoire s’il existe un champ électrostatique dirigé vers le bas de 500 v/m ?

$g = 9.8\ ms^{-2}$.

.

$$\vec{F}_{électrostatique}$$

q  m = 2g

$$\vec{F}_{pesanteur} = m\vec{g}$$

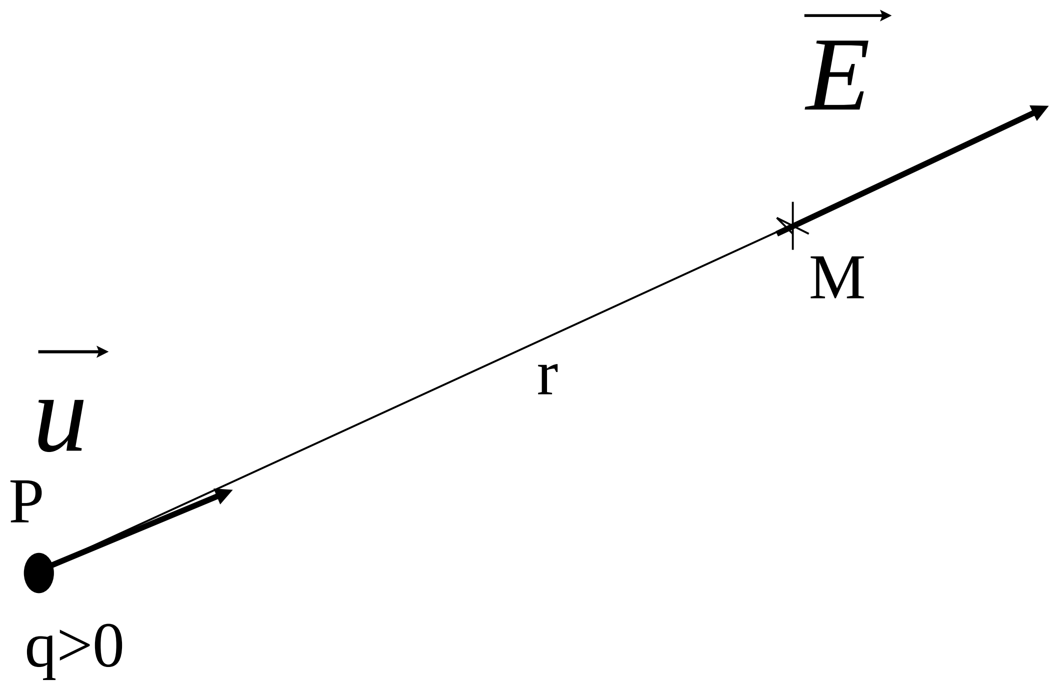
A l’équilibre

$$m\vec{g} \quad + \quad \vec{F}_{électrostatique} \quad = 0$$

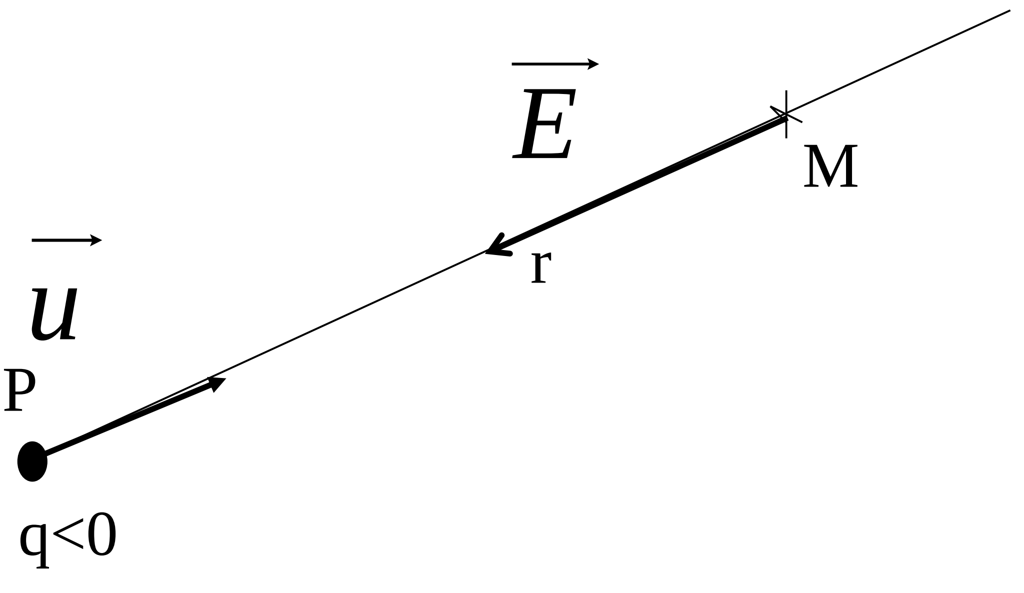
II Le champ électrostatique

1. champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

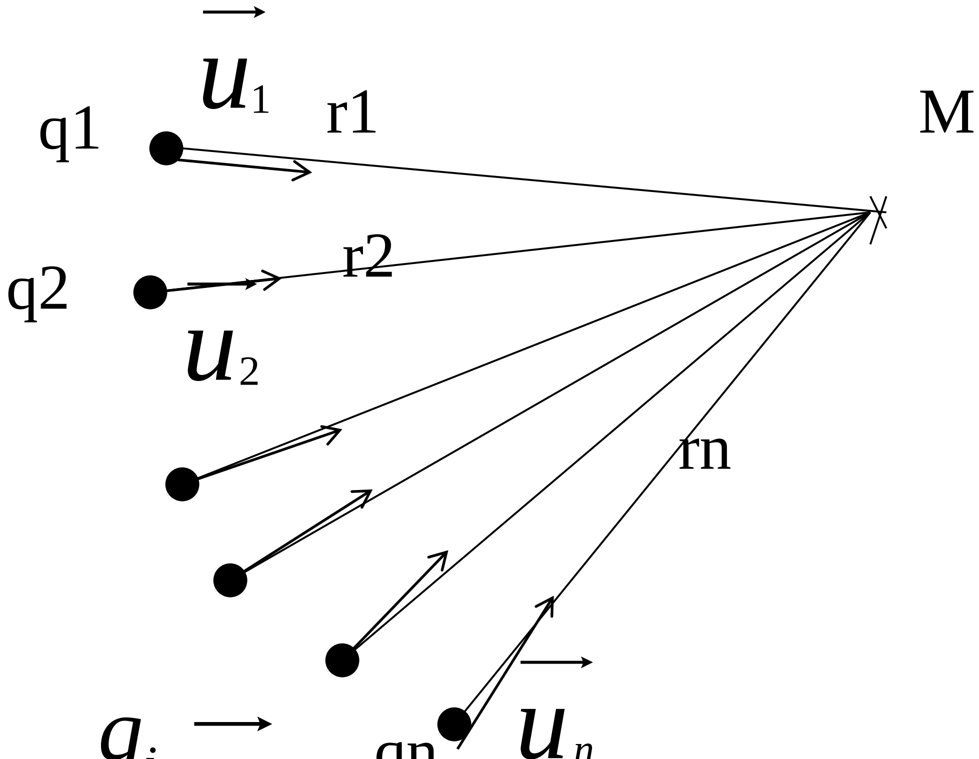
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}$$



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}$$



2. champ électrostatique créé par une distribution de charge ponctuelles



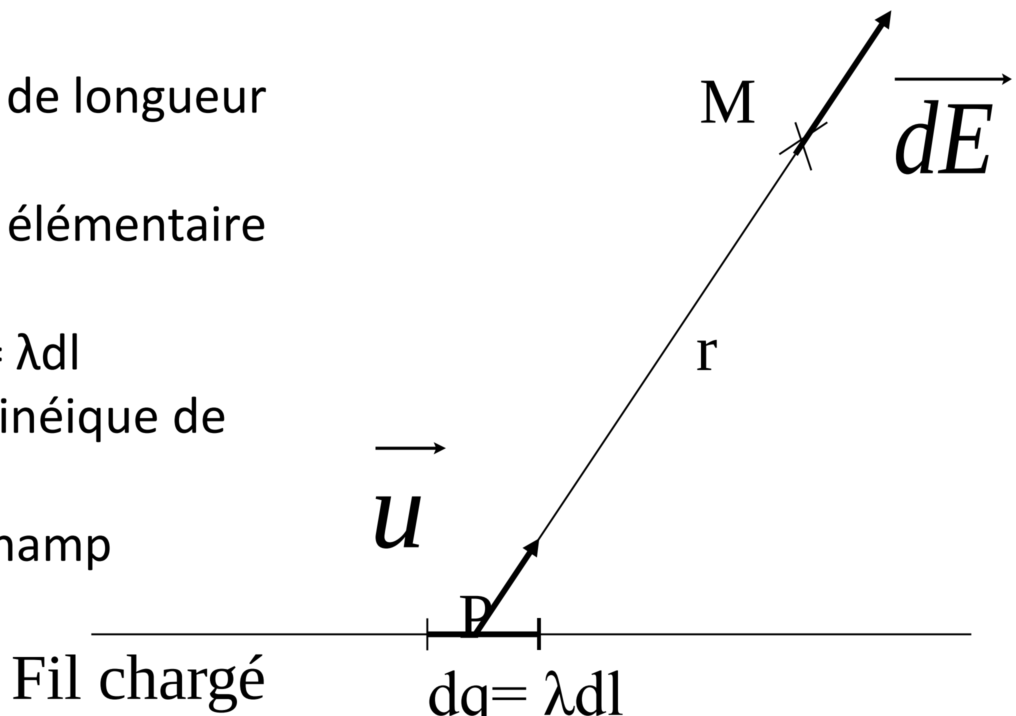
$$\overrightarrow{E} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \overrightarrow{u_i}$$

3. champ électrostatique créé par une distribution de charge continue

3.1. Distributions linéaire

- dl est un élément de longueur du fil.
- dl porte la charge élémentaire dq.
- Par définition dq= λdl

  où λ est la densité linéique de charge.
- dq créé en M le champ élémentaire dE.



$$\overrightarrow{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\lambda dl}{r^2}\overrightarrow{u}$$

3.2 . Distributions surfaciques de charges

3.3. Distributions volumiques de charges

III Symétries des distributions de charges

1. Distribution de symétrie cylindrique

$\rho(r,\theta,z) = \rho(r)$

Invariance de la distribution de charges par rotation d'angle θ et par translation le long de (oz)

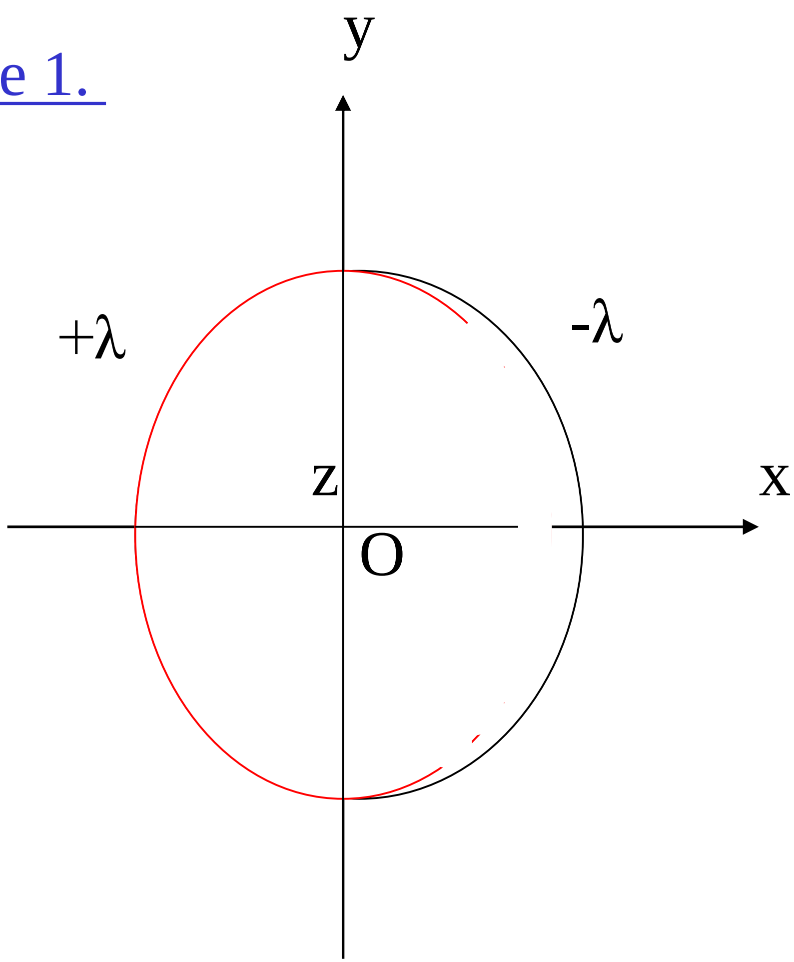
2. Distribution de symétrie sphérique

$\rho(r,\theta,\varphi) = \rho(r)$

Invariance de la distribution de charges par rotation d'angle θ et φ

3. Exemples

Exemple 1.



IV Propriétés de symétrie du champ électrostatique

1. Symétrie plane

Propriété 1

Le champ électrostatique appartient au plan de symétrie de charge en chacun de ses points

2 Antisymétrie plane

Propriété 2

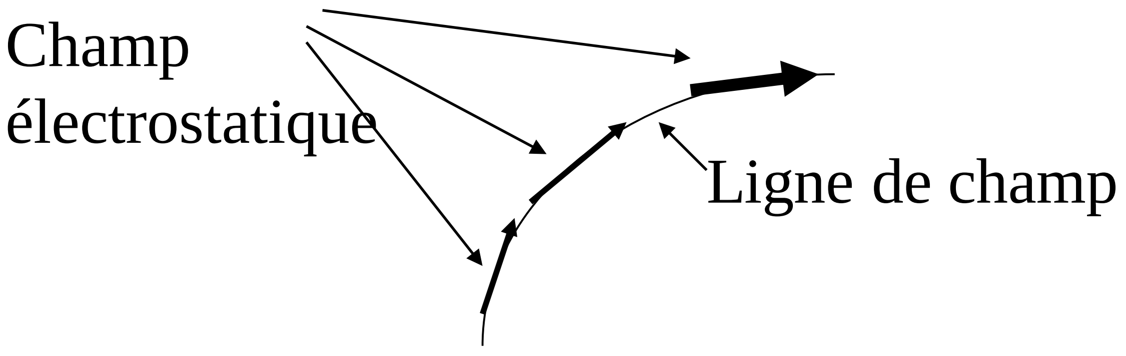
Le champ électrostatique est perpendiculaire au plan d’ antisymétrie de charge en chacun de ses points.

V Lignes de champ-Tubes de champ

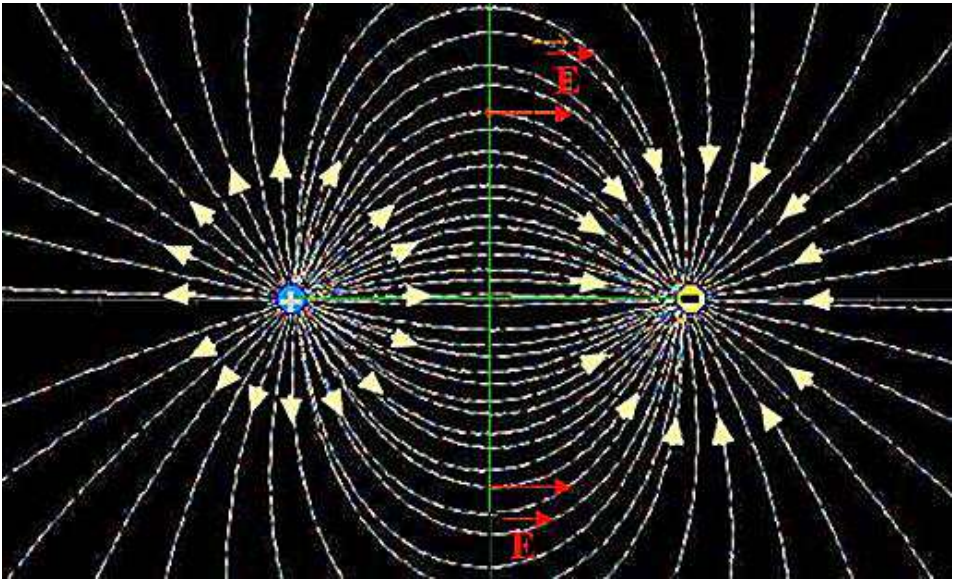
1. Lignes de champ

Le vecteur champ électrostatique est en tout point tangent à une courbe appelée ligne de champ.

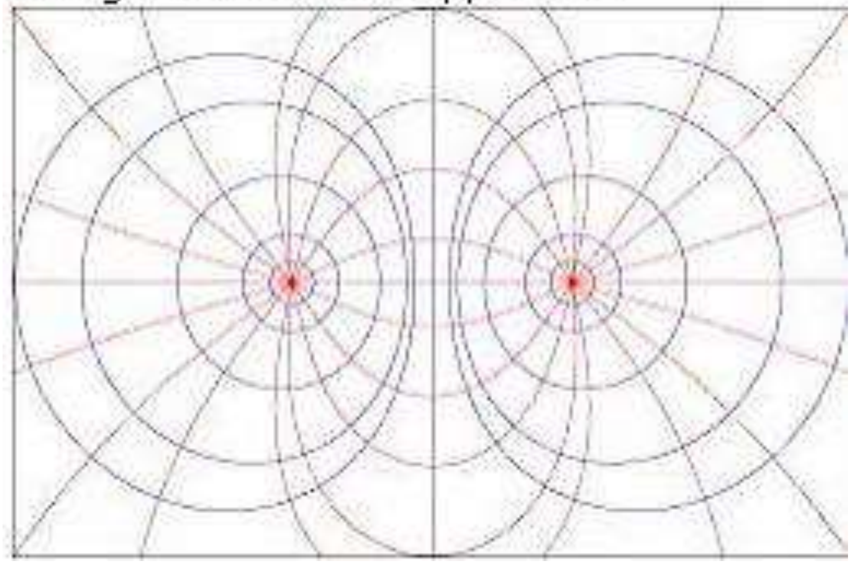
Ces lignes sont orientées par le sens du champ.



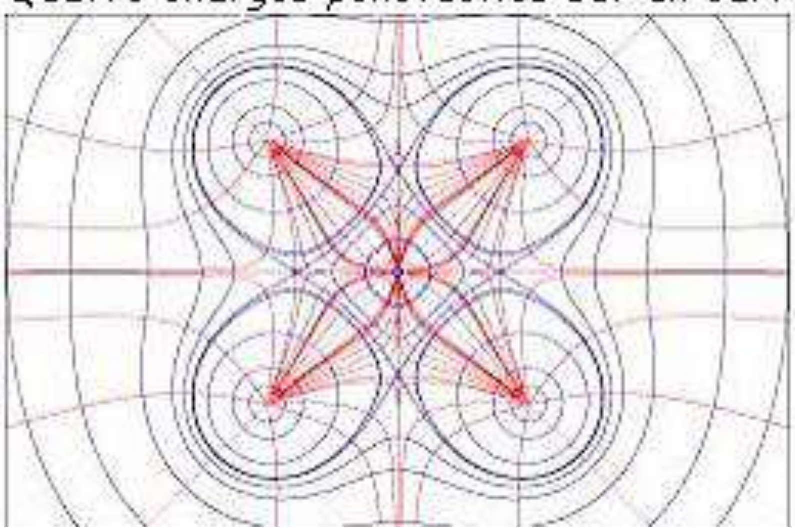
EXEMPLES DES LIGNES DE CHAMP ELECTROSTATIQUE



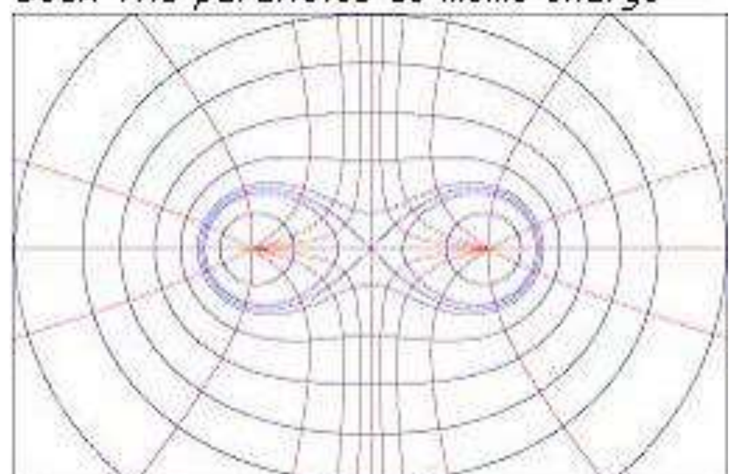
Charges onctuelles opposés



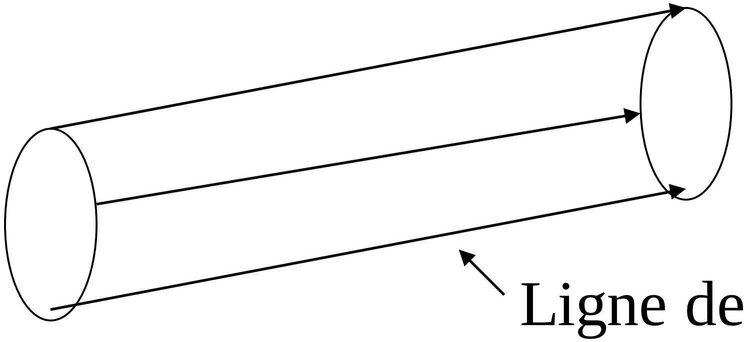
Quatre charges ponctuelles sur un carré



Deux fils parallèles de même charge



1. Tube de champ



L'ensemble des lignes de champ engendre une surface, appelée tube de champ.

VI. Exemples de calcul du champ électrostatique

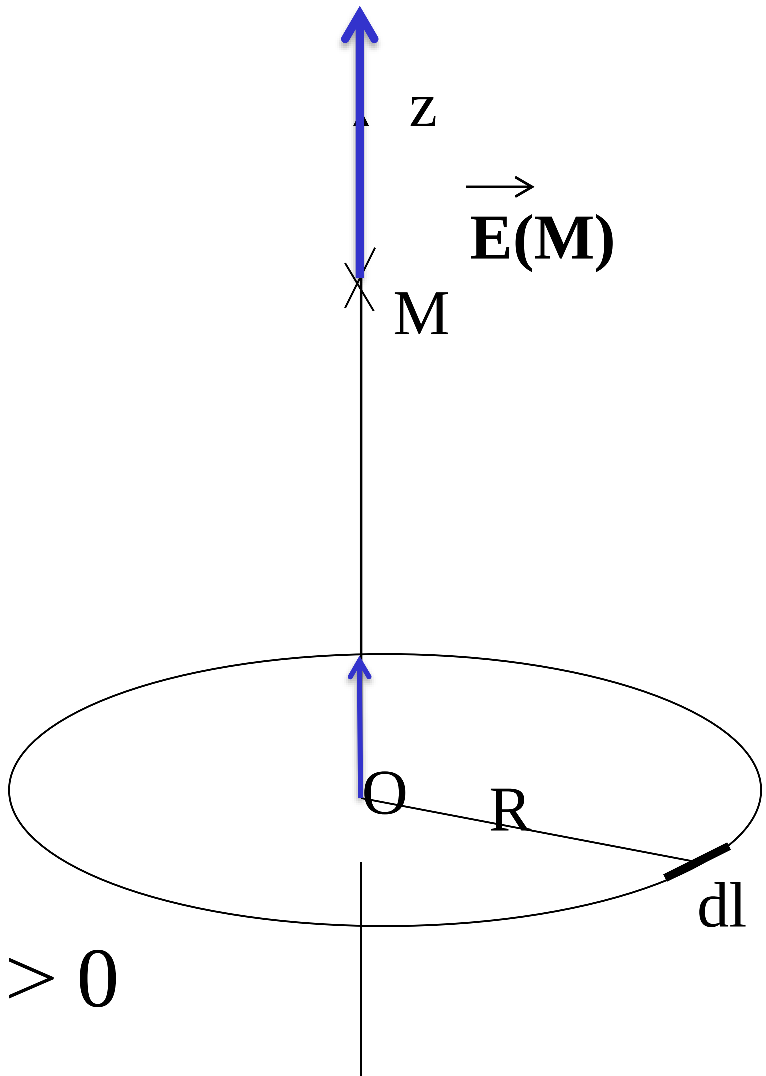
1. Champ créé par une spire circulaire en tout point de son axe.

Soit une spire circulaire de rayon R, de charge linéique $\lambda = cte > 0$.

1) A partir des éléments de symétrie, déduire l'orientation du champ électrostatique en tout point de son axe.

2) Déterminer l'expression du champ électrostatique en tout point de son axe.

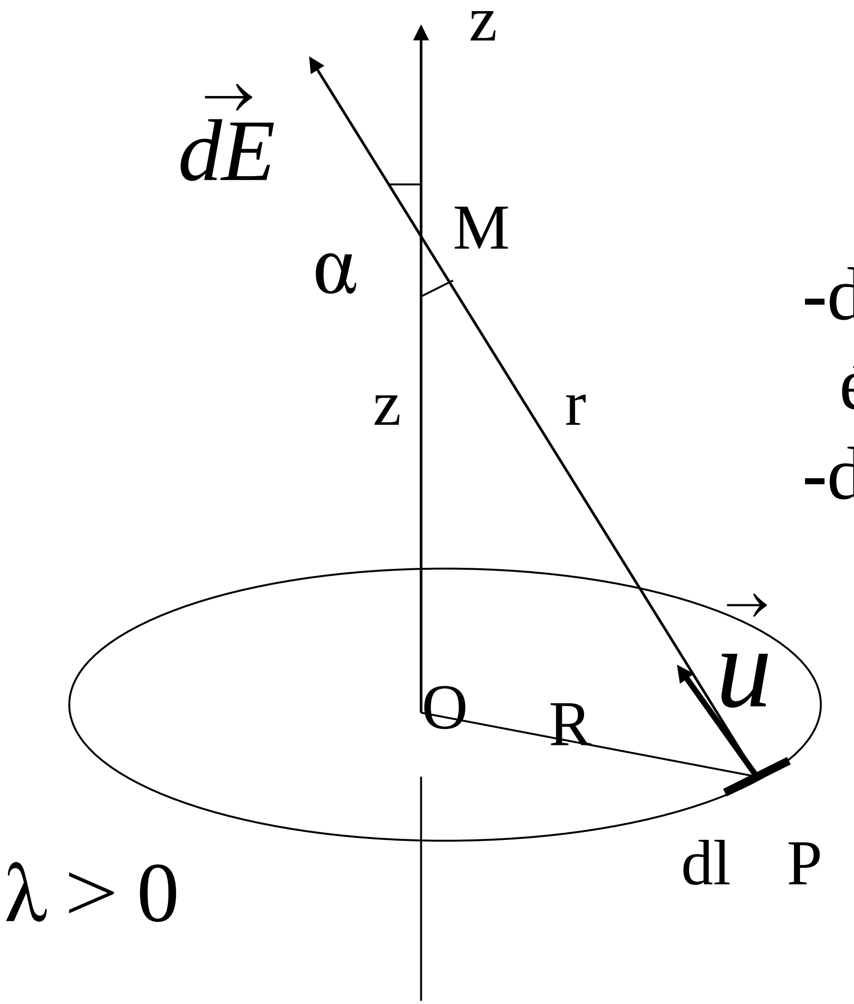
1.



$\lambda > 0$

Tout plan contenant la droite (OM) est un plan de symétrie de charge. Il en existe une infinité, Le champ électrostatique appartient à chacun de ces plans , Il est suivant $\vec{u}_z$.

2.



-dL porte la charge élémentaire dq.

-dq créé en M le champ $\vec{dE}$

$$\vec{E}(M) = E_z \vec{u}_z$$

Soit dE_z la projection de $\vec{dE}$ sur (OM)

$$dE_z = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(\lambda dl)}{r^2}cos\alpha$$

$$cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} = \frac{z}{r}$$

$$dE_z = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}cos\alpha = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{r^3}$$

$$dE_z = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{r^3} = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_z = \int_0^{2\pi R}\frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi R}dl$$

$$\int_0^{2\pi R} dl = 2\pi R$$

$$E_z = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_z = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 z^2} cos^3\alpha$$

VII Circulation de $\vec{E}$ et potentiel électrostatique

Soit q une charge placée en un point O.
Soit $\vec{E}$ le champ électrostatique créé par q en tout point M de l'espace .
Par définition la circulation élémentaire dC le long de

$\vec{MM'}$ est donnée par la relation:

$$dC = \vec{E}.\overrightarrow{MM'}$$

M' est un point voisin de M

$$dC = K\frac{q}{r^2}dr$$

$$dC = d(-Kq\frac{1}{r})$$

$$C = \int_{r_1}^{r_2} \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0} d(\frac{1}{r})$$

$$C = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2} d\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$C = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

On constate que la circulation est indépendante du chemin suivi, qu'elle ne dépend que des points de départ et d'arrivée (r_1 et r_2)

On pose $V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

→ dC= - dV

VIII Le théorème de Gauss

1 – Flux du champ électrostatique

Définition :

Soit $\vec{E}(M)$ un champ électrostatique défini dans un domaine de l'espace.

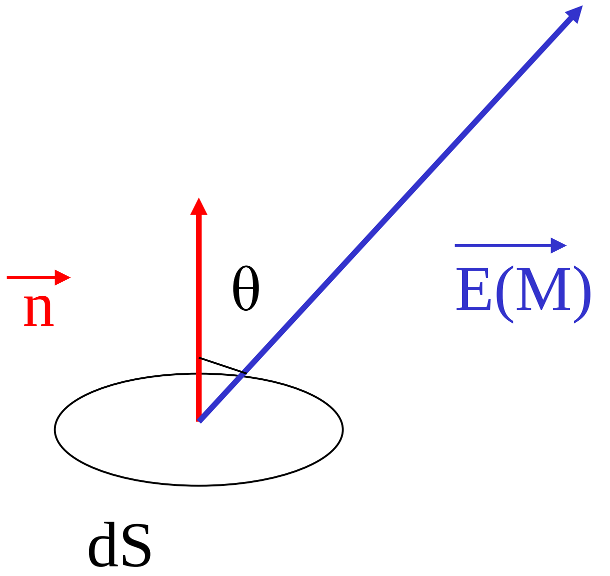
On appelle flux élémentaire dΦ du champ $\vec{E}(M)$ à travers la surface dS la quantité :

$$d\phi = \vec{E}(M)\overrightarrow{dS}$$

avec

$$\overrightarrow{dS} = \vec{n}dS$$

•


n
θ
E(M)
dS

. Le vecteur normal $\vec{n}$ est choisi, par convention, dirigé vers l'extérieur de la surface fermée.

On définit alors le flux sortant à travers la surface fermée, que l'on note :

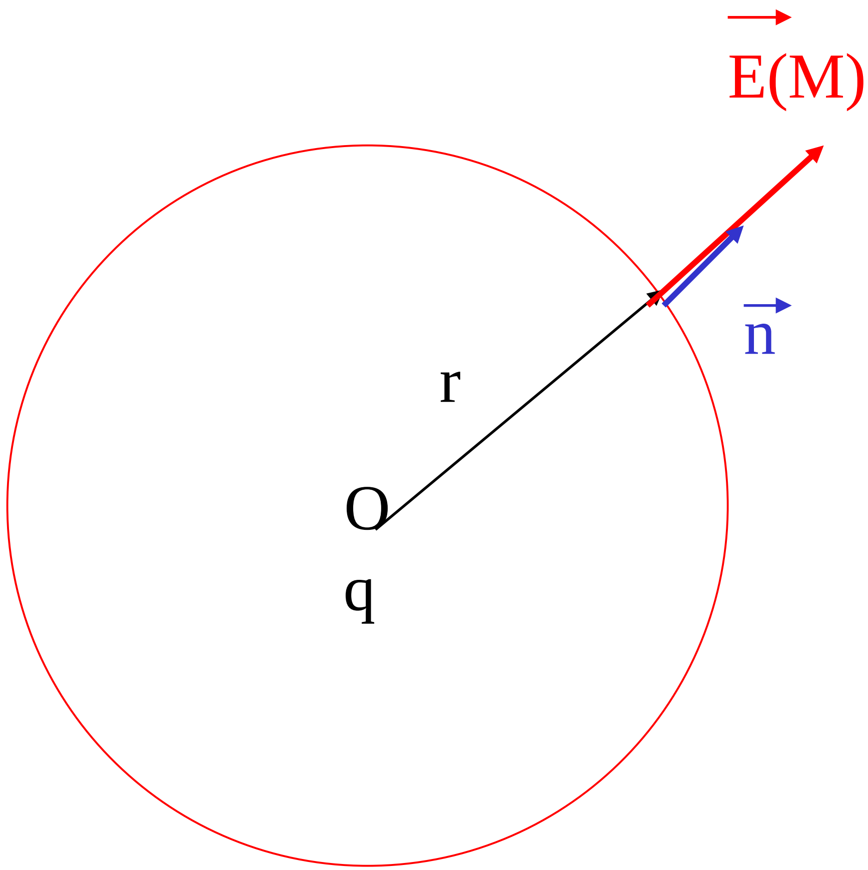
$$\phi = \oiint \vec{E}(M)\overrightarrow{dS}$$

2. Théorème de Gauss

•

Le théorème de Gauss permet d'exprimer le flux du champ électrostatique sortant d'une surface fermée, en fonction des charges contenues à l'intérieur de cette surface.

Soit une charge ponctuelle q placée en O. On choisit comme surface de Gauss la sphère C(O,r).



$\vec{E}(M)$
$\vec{n}$
r
O
q

$$\phi = E(r) \oiint dS \longrightarrow \phi = E 4\pi r^2$$

or $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

donc $$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2$$ soit $$\boxed{\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Enoncée du théorème

Le flux du champ électrostatique à travers une surface fermée, est égal à la charge interne divisée par ε_0 :

$$\phi = \oiint \vec{E}(M)\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

Exemples

Exemple 1: Champ créé par une sphère pleine

Une sphère pleine, de centre O et de rayon R porte une charge totale Q, de densité volumique de charges ρ constante positive.
Tous les résultats seront exprimés en fonction de R et de Q.

1) **A partir des propriétés de symétrie, déterminer l'orientation du champ électrostatique en tout point M distant de r du centre O de la sphère. Etudier les invariances.**

3. Exemples

Exemple 1: Champ créé par une sphère pleine

Une sphère pleine, de centre O et de rayon R porte une charge totale Q, de densité volumique de charges ρ constante positive.
Tous les résultats seront exprimés en fonction de R et de Q.

1) **A partir des propriétés de symétrie, déterminer l'orientation du champ électrostatique en tout point M distant de r du centre O de la sphère.**

2) **Déterminer l'expression de à la distance r du centre de la sphère, par application du théorème de Gauss, dans les cas suivants:**

a) **Le point M est à l'intérieur de la sphère.**
b) **Le point M est à l'extérieur de la sphère.**

3. Exemples

Exemple 1: Champ créé par une sphère pleine

Une sphère pleine, de centre O et de rayon R porte une charge totale Q, de densité volumique de charges ρ constante positive.
Tous les résultats seront exprimés en fonction de R et de Q.

1) **A partir des propriétés de symétrie, déterminer l'orientation du champ électrostatique en tout point M distant de r du centre O de la sphère.**

2) Déterminer l'expression du champ électrostatique à la distance r du centre de la sphère, par application du théorème de Gauss, dans les cas suivants:

a) Le point M est à l'intérieur de la sphère.

b) Le point M est à l'extérieur de la sphère.

3) Déduire le potentiel électrostatique en tout point M de l'espace.

4) Tracer l'allure de la courbe représentative du module du champ électrostatique en fonction de r.