Chapitre 2 : analyse dimensionnelle d'une formule "finale"

Exemple 3 :

Vérifier l'homogénéité de la formule suivante :

$$T = 2\pi . \sqrt{\frac{R^3}{G.M}} \quad (1)$$

avec T, période de révolution d'une planète, G, constante de gravitation universelle, R, rayon de l'orbite circulaire, M, masse de l'astre attracteur.

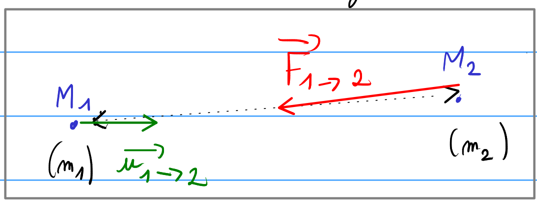
Homogénéité de la formule (1) ?

(⓪ Faire un schéma)

① liste des paramètres avec leur dimension :

- M : $[M] = [m_1] = [m_2] = M$
- R : $[R] = [r_{12}] = L$
- T : $[T] = T$
- G : constante de gravitation universelle $[G] = ?$

$$\overrightarrow{u}_{1\to 2} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{\|\overrightarrow{M_1 M_2}\|}$$



- système Σ :
$\Sigma = \{$ point M_2, de masse $m_2 \}$
- référentiel d'étude $\mathcal{R}$.

attractive ,

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{1\to 2} = - G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \overrightarrow{u}_{1\to 2}}$$

$r_{12} = \|\overrightarrow{M_1 M_2}\|$ distance

$\overrightarrow{u}_{1\to 2}$: vecteur unitaire

$[\|\overrightarrow{u}_{1\to 2}\|] = 1$

donc : $$[G] = \frac{[F_{1\to 2}]\,[r_{12}^2]}{[m_1 m_2]} = \frac{(M^{①} L^{④} T^{-2})\,(L^{②})}{M^{②}}$$

$$\Rightarrow \boxed{[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}}$$

$$\boxed{T \stackrel{?}{=} 2\pi . \sqrt{\frac{R^3}{G.M}}}$$ est-elle vraie ?

$$T^2 \stackrel{?}{=} 4\pi^2 \left(\frac{R^3}{GM}\right) \Rightarrow [T^2] \stackrel{?}{=} \overbrace{[4\pi^2]}^{1 \text{ (chiffre)}} \frac{[R^3]}{[G][M]}$$

or $\underline{[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}}$

$$[T^2] \stackrel{?}{=} 1 \times \frac{\cancel{L^3}}{(\cancel{M^{-1}}\, \cancel{L^3}\, T^{-2})(\cancel{M})} = \frac{1}{T^{-2}} = T^2$$

<u>OK</u> c.q.f.d