Mécanique du point

Pré-Ing 1 — CC2 — 20 avril 2023

Durée : 1h30' (2h en cas de tiers temps)

Sont interdits :
- les documents ;
- tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;
- les déplacements et les échanges.

Consignes :
Seules les dernières feuilles doivent être rendues :

1. la feuille-réponse du QCM :
   (a) y indiquer vos nom, prénom et groupe dès le début officiel de l'épreuve ;
   (b) remplir complètement au stylo noir la case correspondant à la bonne réponse (une case simplement cochée ne sera pas comptabilisée) ;
   (c) chaque question ne comporte qu'une seule réponse ;
   (d) il n'y a pas de point négatif pour une mauvaise réponse ;
2. le cas échéant, les feuilles de réponses aux questions ouvertes (icône ♣).

Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

Considérations générales *(5 points)*

Question 1 [`CgPcpEquiv`] ♣ *(1 point)*
Énoncer le principe d'équivalence.

Question 2 [`CgTraj`] *(1 point)*
Dans le référentiel d'étude, on considère la trajectoire elliptique de la Terre (assimilée à un point de masse m_T) autour du Soleil, sous le seul effet de la gravitation.
À l'instant t, on remplace la Terre par une balle de tennis (assimilée à un point de masse $m \ll m_T$) de mêmes position et vecteur vitesse que la Terre.
La balle de tennis décrit une trajectoire :

- ■ identique à celle de la Terre
- B qui chute sur le Soleil
- C qui s'éloigne du Soleil à l'infini
- D On ne peut pas conclure.

Question 3 [`CgGravEl`] *(1 point)*
Soient deux points A et B de masses respectives m_A et m_B, de charges respectives q_A et q_B, et distants de d.
Le rapport des forces gravitationnelle et électrostatique entre A et B est :

- ■ indépendant de d
- B proportionnel à d
- C proportionnel à d^{-1}
- D proportionnel à d^2
- E proportionnel à d^{-2}
- F Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 4 [`CgFVisq`] *(1 point)*
Dans l'expression de la force de frottement fluide $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$, le coefficient α est :

- ■ nécessairement positif
- B nécessairement négatif
- C positif ou négatif selon les cas

Question 5 [`CgFSol`] *(1 point)*
On considère le contact entre deux solides : un bloc et son support. La force de réaction du support a deux composantes : l'une normale ($\vec{R}_N$) et l'autre tangentielle ($\vec{R}_T$). Soit μ_S le coefficient de frottement statique entre ces solides. Le régime d'adhérence correspond à :

- ■ $\|\vec{R}_T\| \leqslant \mu_S \|\vec{R}_N\|$
- B $\|\vec{R}_T\| > \mu_S \|\vec{R}_N\|$
- C $\|\vec{R}_T\| \leqslant \tan(\mu_S) \|\vec{R}_N\|$
- D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Promenade en barque *(4 points)*

Dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ approximé galiléen, on considère la situation suivante :
état 1 : une barque de masse m_b, contenant un objet de masse volumique ρ et de volume V, flotte à l'équilibre dans un bassin d'eau liquide de masse volumique $\rho_e < \rho$
état 2 : l'objet est jeté à l'eau dans le bassin, et un nouvel équilibre est atteint.
Nous cherchons à savoir comment évolue le niveau d'eau du bassin entre ces deux états.

On note :
• g la norme du champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$
• V_i le volume immergé dans l'état i, c'est-à-dire le volume total occupé, sous le niveau d'eau du bassin, par autre chose que de l'eau.
On néglige la poussée d'Archimède de l'air.

Question 6 [`PbBarQ0`] *(1 point)*
En notant $\overrightarrow{P_b}$ le poids de la barque, $\overrightarrow{P}$ celui de l'objet, et $\overrightarrow{\Pi}_e$ la poussée d'Archimède de l'eau, l'équilibre du système {barque + objet} dans l'état 1 s'écrit :

■ $\overrightarrow{P}_b + \overrightarrow{P} + \overrightarrow{\Pi}_e = \overrightarrow{0}$
[B] $\overrightarrow{P}_b + \overrightarrow{P} - \overrightarrow{\Pi}_e = \overrightarrow{0}$
[C] $(\overrightarrow{P} - \overrightarrow{P}_b) + \overrightarrow{\Pi}_e = \overrightarrow{0}$
[D] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 7 [`PbBarQ1`] *(1 point)*
On en déduit que, dans l'état 1, le volume immergé est :

■ $V_1 = \dfrac{m_b + \rho V}{\rho_e}$
[B] $V_1 = \dfrac{m_b - \rho V}{\rho_e}$
[C] $V_1 = \dfrac{m_b + \rho_e V}{\rho}$
[D] $V_1 = \dfrac{m_b - \rho_e V}{\rho}$
[E] $V_1 = \dfrac{m_b}{\rho_e}$
[F] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 8 [`PbBarQ2`] *(1 point)*
Dans l'état 2, le volume immergé est :

■ $V_2 = \dfrac{m_b}{\rho_e} + V$
[B] $V_2 = V_1$
[C] $V_2 = \dfrac{m_b}{\rho_e} - V$
[D] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 9 [`PbBarQ3`] *(1 point)*
Ainsi le niveau d'eau du bassin est :

■ inférieur dans l'état 2
[B] supérieur dans l'état 2
[C] strictement identique dans les deux états
[D] On ne peut pas conclure.

Tir d'adresse *(6.5 points)*

Dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ approximé galiléen et lié au repère cartésien $(O; \vec{u}_x; \vec{u}_z)$, on considère le jeu d'adresse suivant (fig.1) :
à l'instant t_i, un objet A de masse m_A est lancé depuis O avec une vitesse $\vec{v}_i$ (de norme v_i) faisant un angle $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}[$ avec l'horizontale ;
au même instant, un objet B de masse m_B est lâché sans vitesse initiale depuis la position de coordonnées $(l; h)$.
La seule force considérée est la pesanteur associée au champ $\vec{g}$, de norme g.
On note $(x_A; z_A)$ et $(x_B; z_B)$ les coordonnées de position de A et B respectivement.

Nous cherchons comment lancer A pour percuter B avant qu'il ne touche le sol.

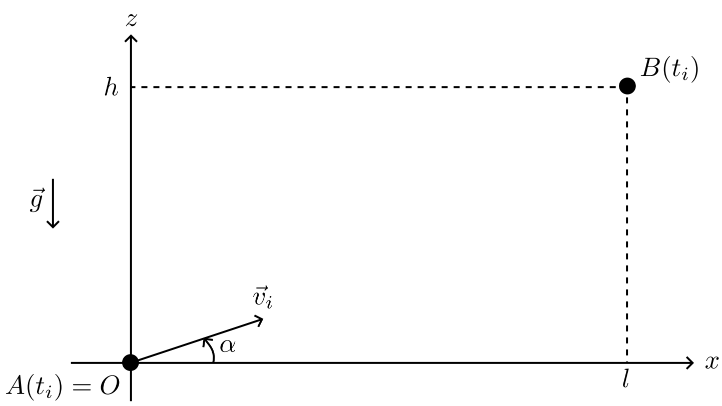

Figure 1 – Situation à l'instant t_i

Les équations horaires du mouvement sont telles que (voir les 3 questions ci-après) :

Question 10 [PbTirQ0] *(1 point)*

- ■ $x_A(t) = v_i \cos(\alpha)(t - t_i)$
- B $x_A(t) = v_i \cos(\alpha)\, t$
- C $x_A(t) = v_i \sin(\alpha)(t - t_i)$
- D $x_A(t) = v_i \sin(\alpha)\, t$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 11 [PbTirQ1] *(1 point)*

- ■ $z_A(t) = v_i \sin(\alpha)(t - t_i) - \frac{g}{2}(t - t_i)^2$
- B $z_A(t) = v_i \cos(\alpha)(t - t_i) - \frac{g}{2}(t - t_i)^2$
- C $z_A(t) = v_i \sin(\alpha)\, t - \frac{g}{2}\, t^2$
- D $z_A(t) = v_i \cos(\alpha)\, t - \frac{g}{2}\, t^2$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 12 [PbTirQ2] *(1 point)*

- ■ $z_B(t) = h - \frac{g}{2}(t - t_i)^2$
- B $z_B(t) = -\frac{g}{2}(t - t_i)^2$
- C $z_B(t) = h - \frac{g}{2}t^2$
- D $z_B(t) = -\frac{g}{2}t^2$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 13 [PbTirQ3] ♣ *(2.5 points)*
Sans tenir compte du sol :
à partir des expressions précédentes, exprimer α en fonction des paramètres du problème afin qu'A et B se percutent.
De façon remarquable, de quel(s) paramètre(s) (outre m_A et m_B) cette expression ne dépend-elle pas ?

Question 14 [PbTirQ4] *(1 point)*
La condition de la question précédente étant vérifiée, la collision entre A et B a lieu strictement au-dessus du sol si :

- ■ $v_i > \sqrt{\frac{g}{2}\frac{(h^2 + l^2)}{h}}$
- B $v_i > \sqrt{2gh}$
- C $v_i > \sqrt{\frac{g}{2}\frac{l^2}{h}}$
- D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Mécanique du point - PI1 - CC2 - 2022/2023

NOM : ....

Prénom : ....

Groupe : ....

Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.
La copie ne sera corrigée que si :

- **elle comporte vos nom, prénom et groupe ;**
- **les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;**
- **la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.**

Question 2	■	B	C	D			
Question 3	■	B	C	D	E	F	
Question 4	■	B	C				
Question 5	■	B	C	D			
Question 6	■	B	C	D			
Question 7	■	B	C	D	E	F	
Question 8	■	B	C	D			
Question 9	■	B	C	D			
Question 10	■	B	C	D	E		
Question 11	■	B	C	D	E		
Question 12	■	B	C	D	E		
Question 14	■	B	C	D			

Question 1 **Pcp d'équivalence** ■ ■ *Réservé à l'enseignant(e)*

Pour un pt matériel M de masse $\begin{cases} \text{inertielle } m^{(i)} \\ \text{gravitationnelle } m^{(g)} \end{cases}$. 0,5

$m^{(i)} = m^{(g)}$

0,5

Question 13 Tir *Réservé à l'enseignant(e)*

Dans $\mathcal{R}_T$, les équa° du mvmt sont :

$$\begin{cases} x_A(t) = v_i \cos(\alpha)\,(t-t_i) & (1) \\ y_A(t) = v_i \sin(\alpha)\,(t-t_i) - \frac{g}{2}(t-t_i)^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B(t) = l \quad \forall t & (3) \\ y_B(t) = h - \frac{g}{2}(t-t_i)^2 & (4) \end{cases}$$

À la collision : $\hat{m}$ 0,5 $\begin{cases} t = t^* \\ x : x_A(t^*) = x_B(t^*) \\ y : y_A(t^*) = y_B(t^*) \end{cases}$

(1) et (3) $\overset{0,5}{\Rightarrow}$ $(t^* - t_i) = \dfrac{l}{v_i \cos(\alpha)}$

(2) et (4) $\overset{0,5}{\Rightarrow}$ $(t^* - t_i) = \dfrac{h}{v_i \sin(\alpha)}$

$\Rightarrow \tan(\alpha) \overset{0,5}{=} \dfrac{h}{l}$; . cohérent

. indépendant de $\overset{0,25}{v_i}$ et de $\overset{0,25}{g}$

$\Rightarrow$ il faut viser initialt le pt de départ de B