# Mécanique du point

Pré-Ing 1 — CC1 — 23 mars 2023

Durée : 1h30' (2h en cas de tiers temps)

**Sont interdits :**
- les documents ;
- tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;
- les déplacements et les échanges.

**Consignes :**
Seules les dernières feuilles doivent être rendues :

1. la feuille-réponse du QCM :
   (a) y indiquer vos nom, prénom et groupe dès le début officiel de l'épreuve ;
   (b) remplir complètement au stylo noir la case correspondant à la bonne réponse (une case simplement cochée ne sera pas comptabilisée) ;
   (c) chaque question ne comporte qu'une seule réponse ;
   (d) il n'y a pas de point négatif pour une mauvaise réponse ;
2. le cas échéant, les feuilles de réponses aux questions ouvertes (icône ♣).

*Le barème est donné à titre indicatif.*

# Considérations générales *(5 points)*

**Question 1** *(0.5 point)*
Deux des principaux physiciens ayant développé la mécanique classique au XVII$^{\text{ème}}$ siècle sont :

- [A] Aristote et Galileo GALILEI (dit Galilée)
- [B] Isaac NEWTON et Albert EINSTEIN
- ■ Galileo GALILEI (dit Galilée) et Isaac NEWTON
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 2** *(0.5 point)*
Dans le référentiel $\mathcal{R}$ lié au repère cartésien $(O; \vec{u}_x; \vec{u}_y)$, les vecteurs de base du repère polaire $(O; \vec{u}_r; \vec{u}_\theta)$ sont tels que :

- [A] $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_r}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_\theta}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\vec{u}_r$
- ■ $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_r}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_\theta}{\mathrm{d}t} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$
- [C] $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_r}{\mathrm{d}t} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$ et $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_\theta}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 3** ♣ *(2 points)*
Dans la base polaire, démontrer les expressions de $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_r}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}_\theta}{\mathrm{d}t}$ par rapport à $\mathcal{R}$.

**Question 4** *(0.5 point)*
Dans le référentiel $\mathcal{R}$ lié au repère cartésien $(O; \vec{u}_x; \vec{u}_y; \vec{u}_z)$, le vecteur déplacement élémentaire est :

- [A] $\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \mathrm{d}x\vec{u}_x + \mathrm{d}y\vec{u}_y - \mathrm{d}z\vec{u}_z$
- ■ $\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \mathrm{d}x\vec{u}_x + \mathrm{d}y\vec{u}_y + \mathrm{d}z\vec{u}_z$
- [C] $\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 5** *(0.5 point)*
En cinématique classique, l'intervalle de temps entre deux événements et l'intervalle d'espace entre deux points fixes l'un par rapport à l'autre sont :

- ■ indépendants l'un de l'autre et indépendants du référentiel
- [B] indépendants l'un de l'autre et dépendants du référentiel
- [C] dépendants l'un de l'autre et indépendants du référentiel
- [D] dépendants l'un de l'autre et dépendants du référentiel
- [E] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 6** *(0.5 point)*
En cinématique classique, le mouvement est :

- [A] absolu ou relatif à un référentiel selon les cas
- [B] toujours absolu
- ■ toujours relatif à un référentiel
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 7** *(0.5 point)*
Le principe d'inertie énonce que, par rapport à un référentiel galiléen, un point matériel isolé persiste dans un mouvement :

- A non rectiligne mais uniforme
- B non rectiligne mais uniformément accéléré
- C rectiligne et uniformément accéléré
- ■ rectiligne et uniforme
- E Aucune de ces réponses n'est correcte.

## Cinématique à 1 dimension *(4.5 points)*

Dans le référentiel d'étude, on considère le mouvement d'un individu marchant en ligne droite selon l'axe $(Ox)$ avec une accélération constante de composante $a_x = 2\gamma$
À l'instant $t_0$, sa vitesse et sa position sont respectivement $v_x(t_0) = \beta$ et $x(t_0) = \alpha$

**Question 8** *(0.5 point)*
Quelle est la nature du mouvement ?

- [A] rectiligne et d'accélération variable
- ■ rectiligne et uniformément accéléré
- [C] rectiligne et uniforme
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 9** *(0.5 point)*
L'évolution temporelle de la vitesse est donnée par :

- ■ $v_x(t) = \beta + 2\gamma(t - t_0)$
- [B] $v_x(t) = \beta$
- [C] $v_x(t) = \beta + 2\gamma t$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 10** *(0.5 point)*
L'évolution temporelle de la position est donnée par :

- [A] $x(t) = \alpha + \beta(t - t_0) + \frac{\gamma}{2}(t - t_0)^2$
- ■ $x(t) = \alpha + \beta(t - t_0) + \gamma(t - t_0)^2$
- [C] $x(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 11** *(0.5 point)*
La vitesse moyenne entre les instants $t_1$ et $t_2$ est :

- [A] $\overline{v_x} = \beta + \gamma \left( \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2 - t_1} \right)$
- [B] $\overline{v_x} = \gamma \left[ \frac{(t_2 - t_0)^2 - (t_1 - t_0)^2}{t_2 - t_1} \right]$
- ■ $\overline{v_x} = \beta + \gamma \left[ \frac{(t_2 - t_0)^2 - (t_1 - t_0)^2}{t_2 - t_1} \right]$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 12** *(0.5 point)*
Dans le cas particulier du mouvement considéré ($a_x = \mathrm{c}^{\mathrm{te}}$), cette vitesse moyenne peut également s'écrire :

- ■ $\overline{v_x} = \frac{1}{2}\left[v_x(t_1) + v_x(t_2)\right]$
- [B] $\overline{v_x} = \frac{1}{2}\left[v_x(t_2) - v_x(t_1)\right]$
- [C] $\overline{v_x} = \frac{1}{2}\left[v_x(t_1) - v_x(t_2)\right]$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 13** *(0.5 point)*
L'instant $t_a$ auquel le marcheur est à l'arrêt est tel que :

- [A] $t_a - t_0 = +\dfrac{\beta}{2\gamma}$
- [B] $t_a - t_0 = -\dfrac{\gamma}{2\beta}$
- ■ $t_a - t_0 = -\dfrac{\beta}{2\gamma}$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 14** *(0.5 point)*
L'instant $t_b$ ($\neq t_0$) auquel le marcheur occupe la même position qu'à $t_0$ est tel que :

- ■ $t_a = \frac{1}{2}(t_0 + t_b)$
- [B] $t_a = \frac{1}{2}(t_b - t_0)$
- [C] $t_a = t_b$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 15** *(0.5 point)*
Dans un cadre purement mathématique, les 4 instants $t_d$ ($\in \mathbb{C}$) auxquels le marcheur se trouve à une distance $d$ de sa position à $t_0$ sont tels que :

- [A] $t_d - t_0 = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta_\pm}}{2\gamma}$ avec $\Delta_\pm = \beta^2 \pm 4\gamma\alpha$
- [B] $t_d - t_0 = \dfrac{\beta \pm \sqrt{\Delta_\pm}}{2\gamma}$ avec $\Delta_\pm = \beta^2 \pm 4\gamma d$
- ■ $t_d - t_0 = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta_\pm}}{2\gamma}$ avec $\Delta_\pm = \beta^2 \pm 4\gamma d$
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 16** *(0.5 point)*
Pour $t_0 = 0$, $\alpha = 8\,\mathrm{m}$, $\beta = 1\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, $\gamma = 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ et $d = 2\,\mathrm{m}$,
les valeurs numériques des instants $t_d \in \mathbb{R}$ et $\geqslant t_0$ sont :

- ■ $(-1 + \sqrt{5})$ s
- [B] $(-1 \pm \sqrt{5})$ s
- [C] $(-1 + \sqrt{17})$ s
- [D] Aucune de ces réponses n'est correcte.

# Cinématique à 2 dimensions *(4 points)*

On considère le repère cartésien $(O; \vec{u}_x; \vec{u}_y)$ et le repère polaire $(O; \vec{u}_r; \vec{u}_\theta)$.
Dans le référentiel $\mathcal{R}$ lié au repère cartésien, un point M est animé d'un mouvement circulaire de rayon $R$. Sa position est repérée par l'angle $\theta(t)$.

Dans $\mathcal{R}$ :

**Question 17** *(0.5 point)*
Le vecteur vitesse de M est :

- A $\vec{v}(t) = \dot{R}\vec{u}_r - R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$
- B $\vec{v}(t) = -R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$
- ■ $\vec{v}(t) = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 18** *(0.5 point)*
Le vecteur vitesse de M est de composante(s) :

- A radiale et orthoradiale
- B purement radiale
- ■ purement orthoradiale
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 19** *(0.5 point)*
Le vecteur accélération de M est :

- A $\vec{a}(t) = R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$
- B $\vec{a}(t) = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r$
- ■ $\vec{a}(t) = R(-\dot{\theta}^2\vec{u}_r + \ddot{\theta}\vec{u}_\theta)$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 20** *(0.5 point)*
Le vecteur accélération de M est de composante(s) :

- A purement orthoradiale
- ■ radiale (centripète) et orthoradiale
- C purement radiale
- D radiale (centrifuge) et orthoradiale
- E Aucune de ces réponses n'est correcte.

L'évolution temporelle de $\theta$ est donnée par $\theta(t) = -\dfrac{\alpha}{2}t^2 + \beta t - \dfrac{\pi}{2}$ avec $\alpha$ et $\beta$ deux constantes.

**Question 21** *(0.5 point)*

Le vecteur vitesse de M peut alors s'écrire :

- A $\vec{v}(t) = R(\alpha t - \beta)\vec{u}_\theta$
- B $\vec{v}(t) = R(-\frac{\alpha}{2}t + \beta)\vec{u}_\theta$
- ■ $\vec{v}(t) = R(-\alpha t + \beta)\vec{u}_\theta$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 22** *(0.5 point)*

Le vecteur accélération de M peut alors s'écrire :

- A $\vec{a}(t) = -R\left[(\alpha t + \beta)^2\vec{u}_r + \alpha\vec{u}_\theta\right]$
- B $\vec{a}(t) = -R\,(-\alpha t + \beta)^2\vec{u}_r$
- ■ $\vec{a}(t) = -R\left[(-\alpha t + \beta)^2\vec{u}_r + \alpha\vec{u}_\theta\right]$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 23** *(0.5 point)*

La norme $a$ du vecteur accélération de M est alors telle que :

- A $a^2(t) = -R^2\left[(-\alpha t + \beta)^4 + \alpha^2\right]$
- B $a^2(t) = R^2\left[(-\alpha t + \beta)^4 - \alpha^2\right]$
- ■ $a^2(t) = R^2\left[(-\alpha t + \beta)^4 + \alpha^2\right]$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 24** *(0.5 point)*

Pour $R = 50\,\mathrm{cm}$, $\alpha = 2\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ et $\beta = 1\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, on obtient :

- A $a(t = 1\,\mathrm{s}) = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$
- ■ $a(t = 1\,\mathrm{s}) = \frac{\sqrt{5}}{2}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$
- C $a(t = 1\,\mathrm{s}) = 2\sqrt{5}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$
- D Aucune de ces réponses n'est correcte.

Correction

NOM : ..................................................................

Prénom : ..............................................................

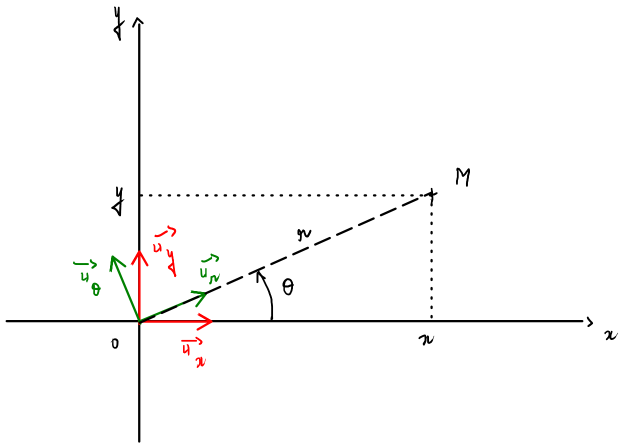
Groupe : ..............................................................

**Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.**
**La copie ne sera corrigée que si :**

- **elle comporte vos nom, prénom et groupe ;**
- **les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;**
- **la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Question 1** | A | B | ■ | D | |
| **Question 2** | A | ■ | C | D | |
| **Question 4** | A | ■ | C | D | |
| **Question 5** | ■ | B | C | D | E |
| **Question 6** | A | B | ■ | D | |
| **Question 7** | A | B | C | ■ | E |
| **Question 8** | A | ■ | C | D | |
| **Question 9** | ■ | B | C | D | |
| **Question 10** | A | ■ | C | D | |
| **Question 11** | A | B | ■ | D | |
| **Question 12** | ■ | B | C | D | |
| **Question 13** | A | B | ■ | D | |
| **Question 14** | ■ | B | C | D | |
| **Question 15** | A | B | ■ | D | |
| **Question 16** | ■ | B | C | D | |
| **Question 17** | A | B | ■ | D | |
| **Question 18** | A | B | ■ | D | |
| **Question 19** | A | B | ■ | D | |
| **Question 20** | A | ■ | C | D | E |
| **Question 21** | A | B | ■ | D | |
| **Question 22** | A | B | ■ | D | |
| **Question 23** | A | B | ■ | D | |
| **Question 24** | A | ■ | C | D | |

**Question 3** Dérivée base polaire *Réservé à l'enseignant(e)*




0,5 pt
$$\vec{u}_r = \underbrace{\|\vec{u}_r\|}_{=1} \left[\cos(\theta)\,\vec{u}_x + \sin(\theta)\,\vec{u}_y\right]$$

0,5 pt
$$\vec{u}_\theta = \overbrace{\|\vec{u}_\theta\|} \left[-\sin(\theta)\,\vec{u}_x + \cos(\theta)\,\vec{u}_y\right]$$

Dans $\mathcal{R}$ lié à $(O\,;\vec{u}_x\,;\vec{u}_y)$ : $\vec{u}_{x},\ \vec{u}_{y}\ (\cancel{t})$ ; $\vec{u}_{r},\ \vec{u}_{\theta}\ (t)$ ; $\theta(t)$

=>

0,5 pt
$$\left(\frac{d\vec{u}_r}{dt}\right)_{\mathcal{R}} = \dot{\theta}\left[-\sin(\theta)\,\vec{u}_x + \cos(\theta)\,\vec{u}_y\right] = \dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$$

0,5 pt
$$\left(\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}\right)_{\mathcal{R}} = \dot{\theta}\left[-\cos(\theta)\,\vec{u}_x - \sin(\theta)\,\vec{u}_y\right] = -\dot{\theta}\,\vec{u}_r$$